

VII Scuola Nazionale di Dottorato
Bertinoro, 14-19 luglio 2003

Asservimento visivo basato sull'immagine



Benedetto Allotta

Università di Firenze
Dipartimento di Energetica "Sergio Stecco,"
Sezione di Meccanica Applicata alle Macchine

versione 1.0 del 25 giugno 2003

CASA

Pagina iniziale

Indice



Pagina 1 di 45

Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

Indice

1 Asservimento visivo basato su immagine	3
2 L'uso di punti come feature immagine	6
2.1 Modello di telecamera	8
2.2 Uso di un oggetto rigido planare come bersaglio	10
2.3 Omografie	11
2.4 Lo jacobiano immagine	15
2.4.1 Espressione di J nel caso di telecamera calibrata	16
2.4.2 Espressione di J nel caso di telecamera non calibrata	17
2.4.3 Dinamica del sistema	18
2.5 Controllo basato sulla (pseudo) inversione dello jacobiano immagine	20
2.5.1 Dimostrazione di stabilità (conoscenza esatta di J)	21
3 Singolarità e minimi locali	22
3.1 Il problema delle singolarità	22
3.2 Possibili rimedi	26
3.3 Il problema della singolarità ... risolto?	30
3.4 Sull'esistenza di minimi locali	32
3.5 Rimedi ai problemi di convergenza	35
4 Un metodo per risolvere i problemi di singolarità e convergenza	37
4.1 Motivazione	37
4.2 Descrizione del metodo	38
4.3 Procedura operativa	41
4.4 Esempio di applicazione	42
5 Conclusioni	44

CASA

Pagina iniziale

Indice



Pagina 2 di 45

Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

1. Asservimento visivo basato su immagine

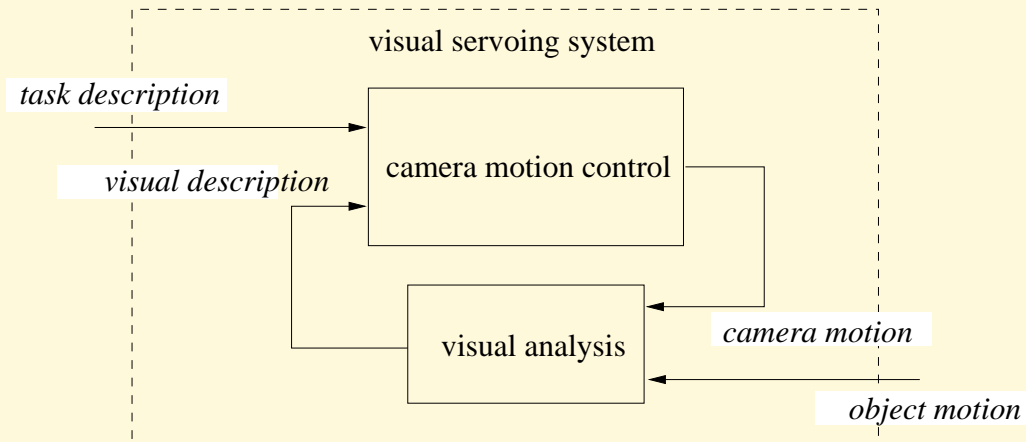


Figura 1: Schema generico di asservimento visivo.

Asservimento basato su immagine

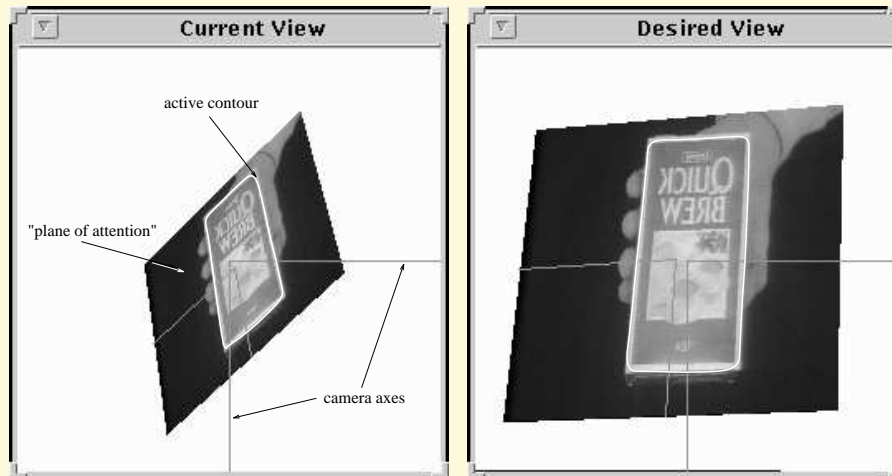


Figura 2: Vista iniziale e finale.

CASA

Pagina iniziale

Indice



Pagina 4 di 45

Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

Asservimento basato su immagine

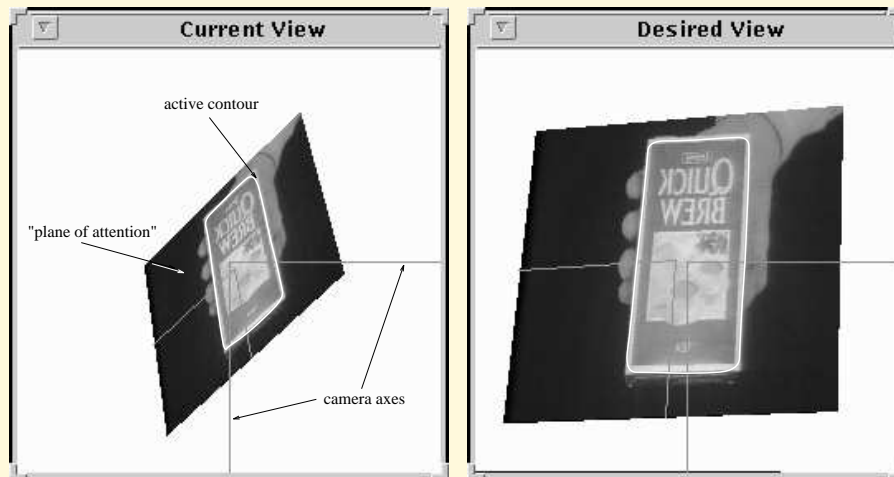


Figura 2: Vista iniziale e finale.

- il controllo viene sintetizzato nel piano immagine ...

Asservimento basato su immagine

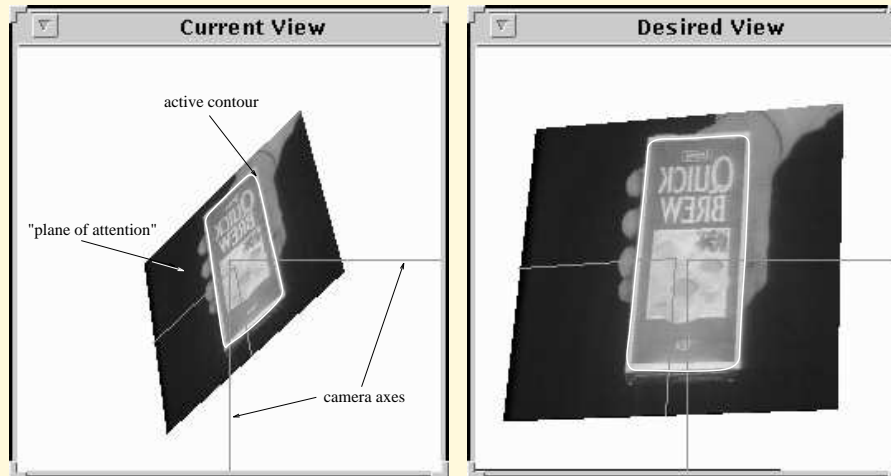


Figura 2: Vista iniziale e finale.

- il controllo viene sintetizzato nel piano immagine . . .
- calcolando l'errore tra l'apparenza desiderata di alcune feature immagine e l'apparenza reale delle medesime feature (punti, rette, etc.)

Asservimento basato su immagine

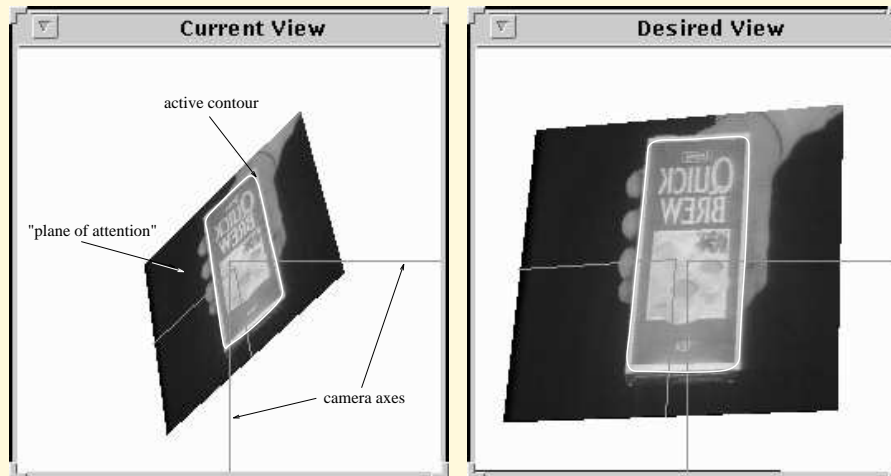


Figura 2: Vista iniziale e finale.

- il controllo viene sintetizzato nel piano immagine ...
- calcolando l'errore tra l'apparenza desiderata di alcune feature immagine e l'apparenza reale delle medesime feature (punti, rette, etc.)
- e generando un moto relativo (twist screw) telecamera-oggetto di interesse che riduca progressivamente l'errore.

Asservimento basato su immagine: esempio di pianificazione

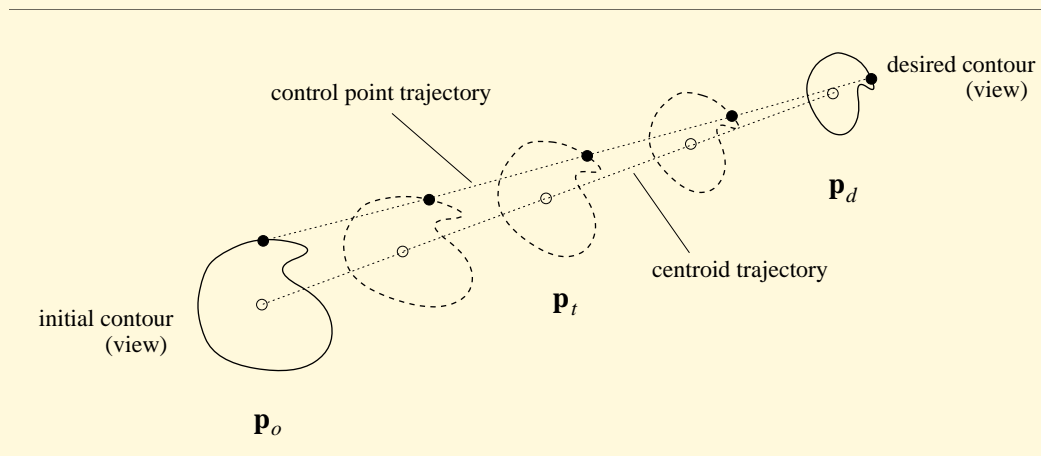


Figura 3: Esempio di pianificazione affine.

CASA

Pagina iniziale

Indice



Pagina 5 di 45

Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

Asservimento basato su immagine: esempio di pianificazione

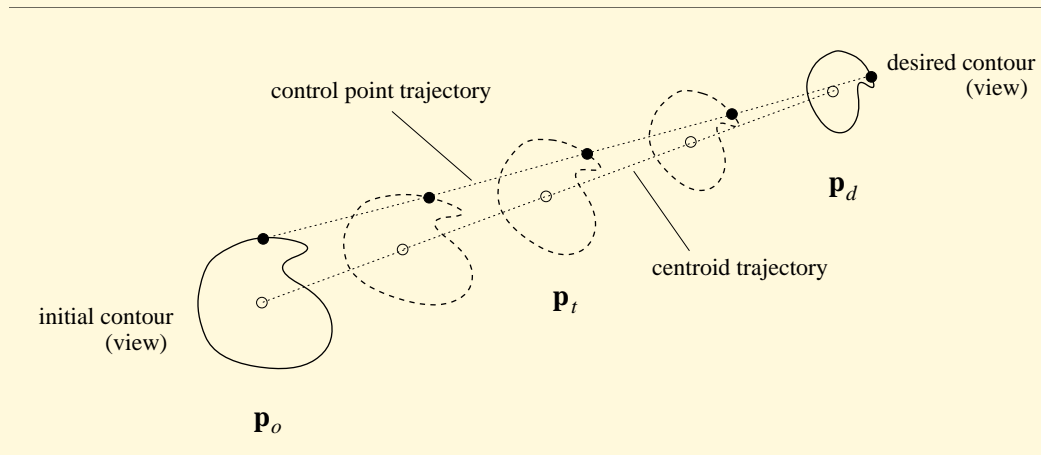


Figura 3: Esempio di pianificazione affine.

- come in ogni problema di controllo del movimento, anche nell'asservimento visivo può essere molto utile far uso di strumenti di pianificazione

Asservimento basato su immagine: esempio di pianificazione

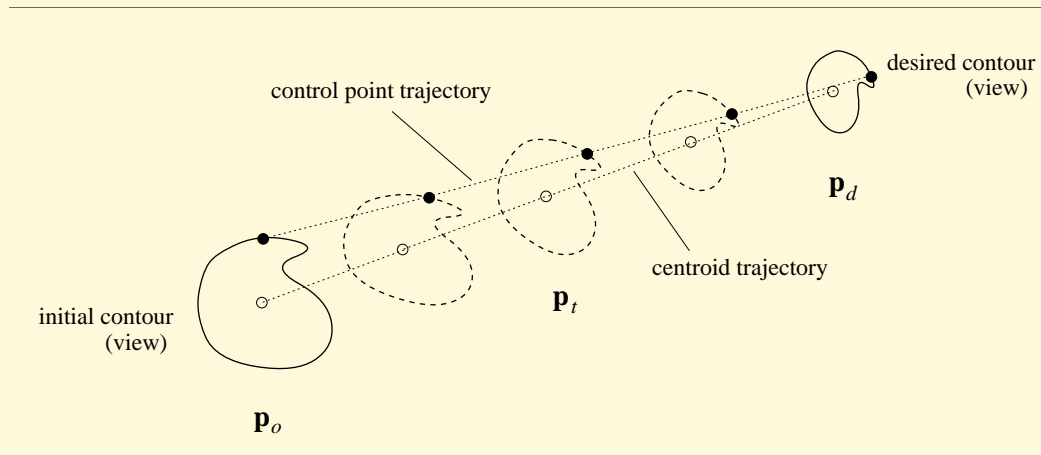


Figura 3: Esempio di pianificazione affine.

- come in ogni problema di controllo del movimento, anche nell'asservimento visivo può essere molto utile far uso di strumenti di pianificazione
- nell'asservimento basato su immagine, la pianificazione viene effettuata nel piano immagine ...

Asservimento basato su immagine: esempio di pianificazione

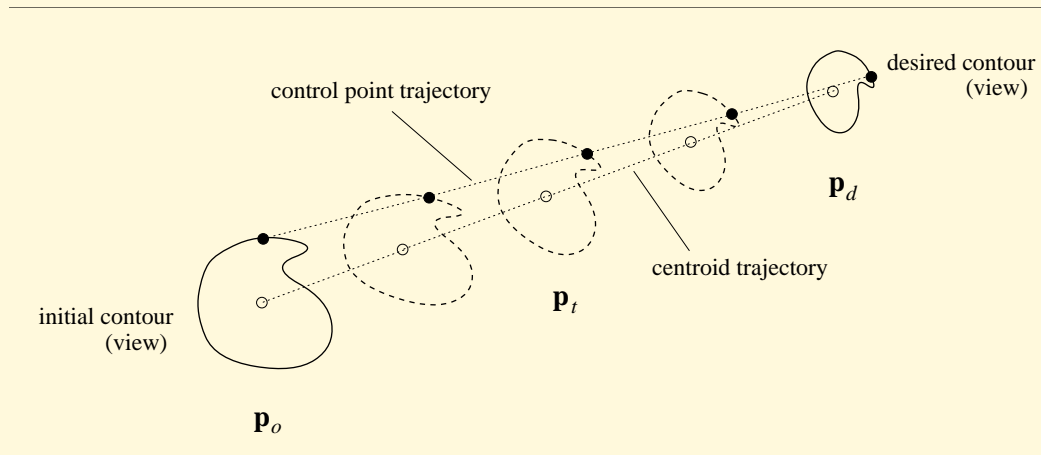


Figura 3: Esempio di pianificazione affine.

- come in ogni problema di controllo del movimento, anche nell'asservimento visivo può essere molto utile far uso di strumenti di pianificazione
- nell'asservimento basato su immagine, la pianificazione viene effettuata nel piano immagine ...
programmando un'evoluzione graduale delle feature desiderate verso la destinazione finale.

Asservimento basato su immagine: esempio di pianificazione

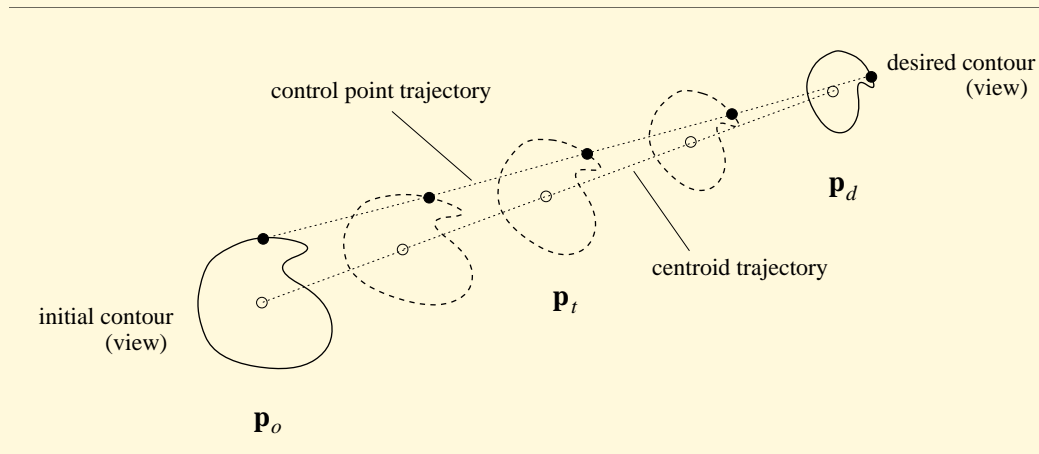


Figura 3: Esempio di pianificazione affine.

- come in ogni problema di controllo del movimento, anche nell'asservimento visivo può essere molto utile far uso di strumenti di pianificazione
- nell'asservimento basato su immagine, la pianificazione viene effettuata nel piano immagine ...
programmando un'evoluzione graduale delle feature desiderate verso la destinazione finale.
- ad esempio in figura **figura 3**, viene pianificato lo spostamento del centroide di un contorno (2 DOF) la rotazione rigida del contorno (1 DOF) e la deformazione del contorno (3 DOF) [Allotta 1999].

2. L'uso di punti come feature immagine

Per eseguire il tracking degli oggetti di interesse presenti sulla scena, possono essere utilizzati vari tipi di feature:



CASA

Pagina iniziale

Indice



Pagina 6 di 45

Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

2. L'uso di punti come feature immagine

Per eseguire il tracking degli oggetti di interesse presenti sulla scena, possono essere utilizzati vari tipi di feature:

- curve



CASA

Pagina iniziale

Indice



Pagina 6 di 45

Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

2. L'uso di punti come feature immagine

Per eseguire il tracking degli oggetti di interesse presenti sulla scena, possono essere utilizzati vari tipi di feature:

- curve
- linee



CASA

Pagina iniziale

Indice



Pagina 6 di 45

Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

2. L'uso di punti come feature immagine

Per eseguire il tracking degli oggetti di interesse presenti sulla scena, possono essere utilizzati vari tipi di feature:

- curve
- linee
- proprietà inerziali



CASA

Pagina iniziale

Indice



Pagina 6 di 45

Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

2. L'uso di punti come feature immagine

Per eseguire il tracking degli oggetti di interesse presenti sulla scena, possono essere utilizzati vari tipi di feature:

- curve
- linee
- proprietà inerziali
- ...



CASA

Pagina iniziale

Indice



Pagina 6 di 45

Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

2. L'uso di punti come feature immagine

Per eseguire il tracking degli oggetti di interesse presenti sulla scena, possono essere utilizzati vari tipi di feature:

- curve
- linee
- proprietà inerziali
- ...
- punti



CASA

Pagina iniziale

Indice



Pagina 6 di 45

Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

2. L'uso di punti come feature immagine

Per eseguire il tracking degli oggetti di interesse presenti sulla scena, possono essere utilizzati vari tipi di feature:

- curve
- linee
- proprietà inerziali
- ...
- punti

I punti sono il tipo più semplice di feature ma ...



CASA

Pagina iniziale

Indice



Pagina 6 di 45

Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

2. L'uso di punti come feature immagine

Per eseguire il tracking degli oggetti di interesse presenti sulla scena, possono essere utilizzati vari tipi di feature:

- curve
- linee
- proprietà inerziali
- ...
- punti

I punti sono il tipo più semplice di feature ma ...

la loro identificazione non è, in genere, molto robusta.

L'uso di punti come feature immagine

Ipotesi semplificativa:



CASA

Pagina iniziale

Indice



Pagina 7 di 45

Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

L'uso di punti come feature immagine

Ipotesi semplificativa:

- strutturazione parziale dell'ambiente

CASA

Pagina iniziale

Indice



Pagina 7 di 45

Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

L'uso di punti come feature immagine

Ipotesi semplificativa:

- strutturazione parziale dell'ambiente
- esistono almeno 4 punti complanari e a tre a tre non allineati ben individuabili sull'oggetto d'interesse

CASA

Pagina iniziale

Indice



Pagina 7 di 45

Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

L'uso di punti come feature immagine

Ipotesi semplificativa:

- strutturazione parziale dell'ambiente
- esistono almeno 4 punti complanari e a tre a tre non allineati ben individuabili sull'oggetto d'interesse
- esempio: [bersaglio bianco con dischi rossi su una faccia piana](#):



CASA

Pagina iniziale

Indice



Pagina 7 di 45

Indietro

Schermo pieno

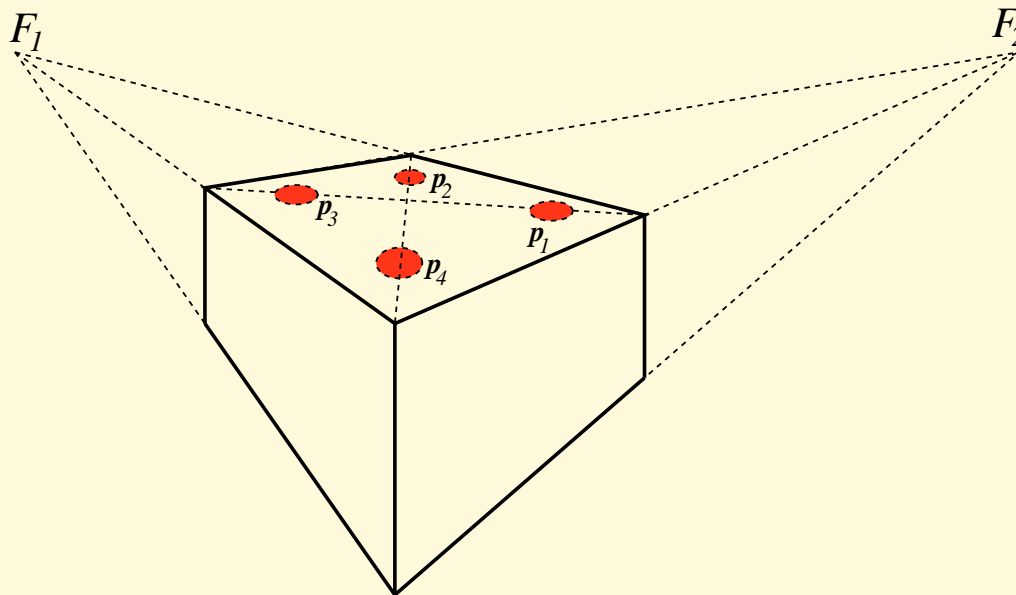
Chiudi

Esci

L'uso di punti come feature immagine

Ipotesi semplificativa:

- strutturazione parziale dell'ambiente
- esistono almeno 4 punti complanari e a tre a tre non allineati ben individuabili sull'oggetto d'interesse
- esempio: bersaglio bianco con dischi rossi su una faccia piana:



2.1. Modello di telecamera

Se si utilizzano le coordinate omogenee, esiste una mappa lineare tra ogni punto dello spazio 3D SE(3) appartenenti ad un oggetto rigido e la sua proiezione sul piano immagine.

- Sia P^c il vettore delle coordinate di un generico punto dello spazio rispetto alla terna $\langle c \rangle$, solidale alla telecamera:

$$P^c = [X^c \ Y^c \ Z^c]^T \quad . \quad (1)$$

2.1. Modello di telecamera

Se si utilizzano le coordinate omogenee, esiste una mappa lineare tra ogni punto dello spazio 3D SE(3) appartenenti ad un oggetto rigido e la sua proiezione sul piano immagine.

- Sia P^c il vettore delle coordinate di un generico punto dello spazio rispetto alla terna $\langle c \rangle$, solidale alla telecamera:

$$P^c = [X^c \ Y^c \ Z^c]^T \quad . \quad (1)$$

- Sia p il vettore delle coordinate omogenee della proiezione di P^c sul piano immagine.

$$p = [x \ y \ w]^T \quad . \quad (2)$$

2.1. Modello di telecamera

Se si utilizzano le coordinate omogenee, esiste una mappa lineare tra ogni punto dello spazio 3D SE(3) appartenenti ad un oggetto rigido e la sua proiezione sul piano immagine.

- Sia P^c il vettore delle coordinate di un generico punto dello spazio rispetto alla terna $\langle c \rangle$, solidale alla telecamera:

$$P^c = [X^c \ Y^c \ Z^c]^T \quad . \quad (1)$$

- Sia p il vettore delle coordinate omogenee della proiezione di P^c sul piano immagine.

$$p = [x \ y \ w]^T \quad . \quad (2)$$

- Vale la relazione:

$$p = K P^c \quad . \quad (3)$$

dove:

2.1. Modello di telecamera

Se si utilizzano le coordinate omogenee, esiste una mappa lineare tra ogni punto dello spazio 3D SE(3) appartenenti ad un oggetto rigido e la sua proiezione sul piano immagine.

- Sia P^c il vettore delle coordinate di un generico punto dello spazio rispetto alla terna $\langle c \rangle$, solidale alla telecamera:

$$P^c = [X^c \ Y^c \ Z^c]^T \quad . \quad (1)$$

- Sia p il vettore delle coordinate omogenee della proiezione di P^c sul piano immagine.

$$p = [x \ y \ w]^T \quad . \quad (2)$$

- Vale la relazione:

$$p = K P^c \quad . \quad (3)$$

dove:

K è la matrice di calibrazione della telecamera.

Modello di telecamera

- un modello abbastanza completo di telecamera¹ utilizza una matrice di calibrazione con una struttura del tipo:

¹non comprende la radial distortion



CASA

Pagina iniziale

Indice



Pagina 9 di 45

Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

Modello di telecamera

- un modello abbastanza completo di telecamera¹ utilizza una matrice di calibrazione con una struttura del tipo:

$$K = \begin{bmatrix} \alpha_x & \sigma & x_0 \\ 0 & \alpha_x & y_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

dove:

¹non comprende la radial distortion

Modello di telecamera

- un modello abbastanza completo di telecamera¹ utilizza una matrice di calibrazione con una struttura del tipo:

$$K = \begin{bmatrix} \alpha_x & \sigma & x_0 \\ 0 & \alpha_y & y_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

dove:

- $\alpha_x = fm_x$ e $\alpha_y = fm_y$ sono pari alla distanza focale f espressa in pixel (sono in generale diversi perchè il pixel è solitamente non quadro);

¹non comprende la radial distortion

Modello di telecamera

- un modello abbastanza completo di telecamera¹ utilizza una matrice di calibrazione con una struttura del tipo:

$$K = \begin{bmatrix} \alpha_x & \sigma & x_0 \\ 0 & \alpha_y & y_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

dove:

- $\alpha_x = fm_x$ e $\alpha_y = fm_y$ sono pari alla distanza focale f espressa in pixel (sono in generale diversi perchè il pixel è solitamente non quadro);
- m_x e m_y sono il numero di pixel per unità di lunghezza nelle due direzioni;

¹non comprende la radial distortion

Modello di telecamera

- un modello abbastanza completo di telecamera¹ utilizza una matrice di calibrazione con una struttura del tipo:

$$K = \begin{bmatrix} \alpha_x & \sigma & x_0 \\ 0 & \alpha_y & y_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

dove:

- $\alpha_x = fm_x$ e $\alpha_y = fm_y$ sono pari alla distanza focale f espressa in pixel (sono in generale diversi perchè il pixel è solitamente non quadro);
- m_x e m_y sono il numero di pixel per unità di lunghezza nelle due direzioni;
- σ , detto **skew parameter**, assume un valore diverso da zero se gli assi x e y del piano immagine non sono mutuamente ortogonali;

¹non comprende la radial distortion

Modello di telecamera

- un modello abbastanza completo di telecamera¹ utilizza una matrice di calibrazione con una struttura del tipo:

$$K = \begin{bmatrix} \alpha_x & \sigma & x_0 \\ 0 & \alpha_y & y_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

dove:

- $\alpha_x = fm_x$ e $\alpha_y = fm_y$ sono pari alla distanza focale f espressa in pixel (sono in generale diversi perchè il pixel è solitamente non quadro);
- m_x e m_y sono il numero di pixel per unità di lunghezza nelle due direzioni;
- σ , detto **skew parameter**, assume un valore diverso da zero se gli assi x e y del piano immagine non sono mutuamente ortogonali;
- x_0 e y_0 sono le coordinate in pixel del punto principale (proiezione di un punto che appartiene all'asse ottico);

¹non comprende la radial distortion

2.2. Uso di un oggetto rigido planare come bersaglio

- Consideriamo n punti di oggetto rigido appartenenti ad un piano π .
- Possiamo definire un sistema di coordinate $\langle o \rangle$ solidale all'oggetto, tale che l'equazione del piano π sia semplicemente:

$$Z^o = 0 \quad . \quad (5)$$

2.2. Uso di un oggetto rigido planare come bersaglio

- Consideriamo n punti di oggetto rigido appartenenti ad un piano π .
- Possiamo definire un sistema di coordinate $\langle o \rangle$ solidale all'oggetto, tale che l'equazione del piano π sia semplicemente:

$$Z^o = 0 \quad . \quad (5)$$

- la proiezione sul piano immagine (in coordinate omogenee) di un qualsiasi punto appartenente a π vale:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ w \end{bmatrix} = K [R \quad \mathbf{t}] \begin{bmatrix} X^o \\ Y^o \\ Z^o \\ 1 \end{bmatrix} , \quad (6)$$

dove:

2.2. Uso di un oggetto rigido planare come bersaglio

- Consideriamo n punti di oggetto rigido appartenenti ad un piano π .
- Possiamo definire un sistema di coordinate $\langle o \rangle$ solidale all'oggetto, tale che l'equazione del piano π sia semplicemente:

$$Z^o = 0 \quad . \quad (5)$$

- la proiezione sul piano immagine (in coordinate omogenee) di un qualsiasi punto appartenente a π vale:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ w \end{bmatrix} = K [R \quad \mathbf{t}] \begin{bmatrix} X^o \\ Y^o \\ Z^o \\ 1 \end{bmatrix} , \quad (6)$$

dove:

- $R = R_o^c$ è l'orientazione relativa tra il sistema di riferimento $\langle c \rangle$ della telecamera ed il sistema di riferimento $\langle o \rangle$ solidale all'oggetto;

2.2. Uso di un oggetto rigido planare come bersaglio

- Consideriamo n punti di oggetto rigido appartenenti ad un piano π .
- Possiamo definire un sistema di coordinate $\langle o \rangle$ solidale all'oggetto, tale che l'equazione del piano π sia semplicemente:

$$Z^o = 0 \quad . \quad (5)$$

- la proiezione sul piano immagine (in coordinate omogenee) di un qualsiasi punto appartenente a π vale:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ w \end{bmatrix} = K [R \quad \mathbf{t}] \begin{bmatrix} X^o \\ Y^o \\ Z^o \\ 1 \end{bmatrix} , \quad (6)$$

dove:

- $R = R_o^c$ è l'orientazione relativa tra il sistema di riferimento $\langle c \rangle$ della telecamera ed il sistema di riferimento $\langle o \rangle$ solidale all'oggetto;
- \mathbf{t} è la posizione dell'origine di $\langle o \rangle$ nel sistema di riferimento $\langle c \rangle$.

2.2. Uso di un oggetto rigido planare come bersaglio

- Consideriamo n punti di oggetto rigido appartenenti ad un piano π .
- Possiamo definire un sistema di coordinate $\langle o \rangle$ solidale all'oggetto, tale che l'equazione del piano π sia semplicemente:

$$Z^o = 0 \quad . \quad (5)$$

- la proiezione sul piano immagine (in coordinate omogenee) di un qualsiasi punto appartenente a π vale:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ w \end{bmatrix} = K [R \quad \mathbf{t}] \begin{bmatrix} X^o \\ Y^o \\ Z^o \\ 1 \end{bmatrix} \quad , \quad (6)$$

dove:

- $R = R_c^o$ è l'orientazione relativa tra il sistema di riferimento $\langle c \rangle$ della telecamera ed il sistema di riferimento $\langle o \rangle$ solidale all'oggetto;
- \mathbf{t} è la posizione dell'origine di $\langle o \rangle$ nel sistema di riferimento $\langle c \rangle$.
- se $R = [\mathbf{i}_o \quad \mathbf{j}_o \quad \mathbf{k}_o]$, dato che $Z^o = 0$, dalla (6) risulta:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ w \end{bmatrix} = K [\mathbf{i}_o \quad \mathbf{j}_o \quad \mathbf{t}] \begin{bmatrix} X^o \\ Y^o \\ 1 \end{bmatrix} \quad . \quad (7)$$

2.3. Omografie



CASA

Pagina iniziale

Indice



Pagina 11 di 45

Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

2.3. Omografie

- Definiamo la matrice $B \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$:

$$B = \begin{bmatrix} i_o & j_o & t \end{bmatrix} \quad . \quad (8)$$

2.3. Omografie

- Definiamo la matrice $B \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$:

$$B = [\mathbf{i}_o \quad \mathbf{j}_o \quad \mathbf{t}] \quad . \quad (8)$$

- B definisce totalmente posizione ed orientazione relativa telecamera-oggetto (infatti $\mathbf{k}_o = \mathbf{i}_o \times \mathbf{j}_o$)

2.3. Omografie

- Definiamo la matrice $B \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$:

$$B = [\mathbf{i}_o \quad \mathbf{j}_o \quad \mathbf{t}] \quad . \quad (8)$$

- B definisce totalmente posizione ed orientazione relativa telecamera-oggetto (infatti $\mathbf{k}_o = \mathbf{i}_o \times \mathbf{j}_o$)
- inoltre B risulta essere invertibile se il vettore \mathbf{t} non appartiene al piano dell'oggetto, ipotesi questa del tutto legittima durante il funzionamento del sistema.

2.3. Omografie

- Definiamo la matrice $B \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$:

$$B = [\mathbf{i}_o \quad \mathbf{j}_o \quad \mathbf{t}] \quad . \quad (8)$$

- B definisce totalmente posizione ed orientazione relativa telecamera-oggetto (infatti $\mathbf{k}_o = \mathbf{i}_o \times \mathbf{j}_o$)
- inoltre B risulta essere invertibile se il vettore \mathbf{t} non appartiene al piano dell'oggetto, ipotesi questa del tutto legittima durante il funzionamento del sistema.
- la matrice $H = KB$ risulta essere anch'essa invertibile.

2.3. Omografie

- Definiamo la matrice $B \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$:

$$B = [\mathbf{i}_o \quad \mathbf{j}_o \quad \mathbf{t}] \quad . \quad (8)$$

- B definisce totalmente posizione ed orientazione relativa telecamera-oggetto (infatti $\mathbf{k}_o = \mathbf{i}_o \times \mathbf{j}_o$)
- inoltre B risulta essere invertibile se il vettore \mathbf{t} non appartiene al piano dell'oggetto, ipotesi questa del tutto legittima durante il funzionamento del sistema.
- la matrice $H = KB$ risulta essere anch'essa invertibile.
- H rappresenta una **omografia** tra il piano dell'oggetto ed il piano dell'immagine

2.3. Omografie

- Definiamo la matrice $B \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$:

$$B = [\mathbf{i}_o \quad \mathbf{j}_o \quad \mathbf{t}] \quad . \quad (8)$$

- B definisce totalmente posizione ed orientazione relativa telecamera-oggetto (infatti $\mathbf{k}_o = \mathbf{i}_o \times \mathbf{j}_o$)
- inoltre B risulta essere invertibile se il vettore \mathbf{t} non appartiene al piano dell'oggetto, ipotesi questa del tutto legittima durante il funzionamento del sistema.
- la matrice $H = KB$ risulta essere anch'essa invertibile.
- H rappresenta una **omografia** tra il piano dell'oggetto ed il piano dell'immagine
- sono sinonimi di omografia: **collineation** e **projectivity**

2.3. Omografie

- Definiamo la matrice $B \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$:

$$B = [\mathbf{i}_o \quad \mathbf{j}_o \quad \mathbf{t}] \quad . \quad (8)$$

- B definisce totalmente posizione ed orientazione relativa telecamera-oggetto (infatti $\mathbf{k}_o = \mathbf{i}_o \times \mathbf{j}_o$)
- inoltre B risulta essere invertibile se il vettore \mathbf{t} non appartiene al piano dell'oggetto, ipotesi questa del tutto legittima durante il funzionamento del sistema.
- la matrice $H = KB$ risulta essere anch'essa invertibile.
- H rappresenta una **omografia** tra il piano dell'oggetto ed il piano dell'immagine
- sono sinonimi di omografia: **collineation** e **projectivity**
- un'omografia H , trattando coordinate omogenee di punti, è definita a meno di una costante moltiplicativa, quindi possiede 8 DOF

2.3. Omografie

- Definiamo la matrice $B \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$:

$$B = [\mathbf{i}_o \quad \mathbf{j}_o \quad \mathbf{t}] \quad . \quad (8)$$

- B definisce totalmente posizione ed orientazione relativa telecamera-oggetto (infatti $\mathbf{k}_o = \mathbf{i}_o \times \mathbf{j}_o$)
- inoltre B risulta essere invertibile se il vettore \mathbf{t} non appartiene al piano dell'oggetto, ipotesi questa del tutto legittima durante il funzionamento del sistema.
- la matrice $H = KB$ risulta essere anch'essa invertibile.
- H rappresenta una **omografia** tra il piano dell'oggetto ed il piano dell'immagine
- sono sinonimi di omografia: **collineation** e **projectivity**
- un'omografia H , trattando coordinate omogenee di punti, è definita a meno di una costante moltiplicativa, quindi possiede 8 DOF
- l'omografia generata da una determinata telecamera con matrice di calibrazione K che non venga modificata durante un compito (esempio: no zoom) **possiede solo 6 DOF, gli stessi della matrice B**
-

2.3. Omografie

- Definiamo la matrice $B \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$:

$$B = [\mathbf{i}_o \quad \mathbf{j}_o \quad \mathbf{t}] \quad . \quad (8)$$

- B definisce totalmente posizione ed orientazione relativa telecamera-oggetto (infatti $\mathbf{k}_o = \mathbf{i}_o \times \mathbf{j}_o$)
- inoltre B risulta essere invertibile se il vettore \mathbf{t} non appartiene al piano dell'oggetto, ipotesi questa del tutto legittima durante il funzionamento del sistema.
- la matrice $H = KB$ risulta essere anch'essa invertibile.
- H rappresenta una **omografia** tra il piano dell'oggetto ed il piano dell'immagine
- sono sinonimi di omografia: **collineation** e **projectivity**
- un'omografia H , trattando coordinate omogenee di punti, è definita a meno di una costante moltiplicativa, quindi possiede 8 DOF
- l'omografia generata da una determinata telecamera con matrice di calibrazione K che non venga modificata durante un compito (esempio: no zoom) **possiede solo 6 DOF, gli stessi della matrice B**
- quindi:

2.3. Omografie

- Definiamo la matrice $B \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$:

$$B = [\mathbf{i}_o \quad \mathbf{j}_o \quad \mathbf{t}] \quad . \quad (8)$$

- B definisce totalmente posizione ed orientazione relativa telecamera-oggetto (infatti $\mathbf{k}_o = \mathbf{i}_o \times \mathbf{j}_o$)
- inoltre B risulta essere invertibile se il vettore \mathbf{t} non appartiene al piano dell'oggetto, ipotesi questa del tutto legittima durante il funzionamento del sistema.
- la matrice $H = KB$ risulta essere anch'essa invertibile.
- H rappresenta una **omografia** tra il piano dell'oggetto ed il piano dell'immagine
- sono sinonimi di omografia: **collineation** e **projectivity**
- un'omografia H , trattando coordinate omogenee di punti, è definita a meno di una costante moltiplicativa, quindi possiede 8 DOF
- l'omografia generata da una determinata telecamera con matrice di calibrazione K che non venga modificata durante un compito (esempio: no zoom) **possiede solo 6 DOF, gli stessi della matrice B**
- quindi: **non tutte le omografie**

2.3. Omografie

- Definiamo la matrice $B \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$:

$$B = [\mathbf{i}_o \quad \mathbf{j}_o \quad \mathbf{t}] \quad . \quad (8)$$

- B definisce totalmente posizione ed orientazione relativa telecamera-oggetto (infatti $\mathbf{k}_o = \mathbf{i}_o \times \mathbf{j}_o$)
- inoltre B risulta essere invertibile se il vettore \mathbf{t} non appartiene al piano dell'oggetto, ipotesi questa del tutto legittima durante il funzionamento del sistema.
- la matrice $H = KB$ risulta essere anch'essa invertibile.
- H rappresenta una **omografia** tra il piano dell'oggetto ed il piano dell'immagine
- sono sinonimi di omografia: **collineation** e **projectivity**
- un'omografia H , trattando coordinate omogenee di punti, è definita a meno di una costante moltiplicativa, quindi possiede 8 DOF
- l'omografia generata da una determinata telecamera con matrice di calibrazione K che non venga modificata durante un compito (esempio: no zoom) **possiede solo 6 DOF, gli stessi della matrice B**
- quindi: **non tutte le omografie generano**

2.3. Omografie

- Definiamo la matrice $B \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$:

$$B = [\mathbf{i}_o \quad \mathbf{j}_o \quad \mathbf{t}] \quad . \quad (8)$$

- B definisce totalmente posizione ed orientazione relativa telecamera-oggetto (infatti $\mathbf{k}_o = \mathbf{i}_o \times \mathbf{j}_o$)
- inoltre B risulta essere invertibile se il vettore \mathbf{t} non appartiene al piano dell'oggetto, ipotesi questa del tutto legittima durante il funzionamento del sistema.
- la matrice $H = KB$ risulta essere anch'essa invertibile.
- H rappresenta una **omografia** tra il piano dell'oggetto ed il piano dell'immagine
- sono sinonimi di omografia: **collineation** e **projectivity**
- un'omografia H , trattando coordinate omogenee di punti, è definita a meno di una costante moltiplicativa, quindi possiede 8 DOF
- l'omografia generata da una determinata telecamera con matrice di calibrazione K che non venga modificata durante un compito (esempio: no zoom) **possiede solo 6 DOF, gli stessi della matrice B**
- quindi: **non tutte le omografie generano viste ammissibili**

2.3. Omografie

- Definiamo la matrice $B \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$:

$$B = [\mathbf{i}_o \quad \mathbf{j}_o \quad \mathbf{t}] \quad . \quad (8)$$

- B definisce totalmente posizione ed orientazione relativa telecamera-oggetto (infatti $\mathbf{k}_o = \mathbf{i}_o \times \mathbf{j}_o$)
- inoltre B risulta essere invertibile se il vettore \mathbf{t} non appartiene al piano dell'oggetto, ipotesi questa del tutto legittima durante il funzionamento del sistema.
- la matrice $H = KB$ risulta essere anch'essa invertibile.
- H rappresenta una **omografia** tra il piano dell'oggetto ed il piano dell'immagine
- sono sinonimi di omografia: **collineation** e **projectivity**
- un'omografia H , trattando coordinate omogenee di punti, è definita a meno di una costante moltiplicativa, quindi possiede 8 DOF
- l'omografia generata da una determinata telecamera con matrice di calibrazione K che non venga modificata durante un compito (esempio: no zoom) **possiede solo 6 DOF, gli stessi della matrice B**
- quindi: **non tutte le omografie generano viste ammissibili**
ovvero:

2.3. Omografie

- Definiamo la matrice $B \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$:

$$B = [\mathbf{i}_o \quad \mathbf{j}_o \quad \mathbf{t}] \quad . \quad (8)$$

- B definisce totalmente posizione ed orientazione relativa telecamera-oggetto (infatti $\mathbf{k}_o = \mathbf{i}_o \times \mathbf{j}_o$)
- inoltre B risulta essere invertibile se il vettore \mathbf{t} non appartiene al piano dell'oggetto, ipotesi questa del tutto legittima durante il funzionamento del sistema.
- la matrice $H = KB$ risulta essere anch'essa invertibile.
- H rappresenta una **omografia** tra il piano dell'oggetto ed il piano dell'immagine
- sono sinonimi di omografia: **collineation** e **projectivity**
- un'omografia H , trattando coordinate omogenee di punti, è definita a meno di una costante moltiplicativa, quindi possiede 8 DOF
- l'omografia generata da una determinata telecamera con matrice di calibrazione K che non venga modificata durante un compito (esempio: no zoom) **possiede solo 6 DOF, gli stessi della matrice B**
- quindi: **non tutte le omografie generano viste ammissibili**
ovvero: compatibili

2.3. Omografie

- Definiamo la matrice $B \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$:

$$B = \begin{bmatrix} \mathbf{i}_o & \mathbf{j}_o & \mathbf{t} \end{bmatrix} \quad . \quad (8)$$

- B definisce totalmente posizione ed orientazione relativa telecamera-oggetto (infatti $\mathbf{k}_o = \mathbf{i}_o \times \mathbf{j}_o$)
- inoltre B risulta essere invertibile se il vettore \mathbf{t} non appartiene al piano dell'oggetto, ipotesi questa del tutto legittima durante il funzionamento del sistema.
- la matrice $H = KB$ risulta essere anch'essa invertibile.
- H rappresenta una **omografia** tra il piano dell'oggetto ed il piano dell'immagine
- sono sinonimi di omografia: **collineation** e **projectivity**
- un'omografia H , trattando coordinate omogenee di punti, è definita a meno di una costante moltiplicativa, quindi possiede 8 DOF
- l'omografia generata da una determinata telecamera con matrice di calibrazione K che non venga modificata durante un compito (esempio: no zoom) **possiede solo 6 DOF, gli stessi della matrice B**
- quindi: **non tutte le omografie generano viste ammissibili**
ovvero: compatibili con il **moto rigido**

2.3. Omografie

- Definiamo la matrice $B \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$:

$$B = \begin{bmatrix} \mathbf{i}_o & \mathbf{j}_o & \mathbf{t} \end{bmatrix} \quad . \quad (8)$$

- B definisce totalmente posizione ed orientazione relativa telecamera-oggetto (infatti $\mathbf{k}_o = \mathbf{i}_o \times \mathbf{j}_o$)
- inoltre B risulta essere invertibile se il vettore \mathbf{t} non appartiene al piano dell'oggetto, ipotesi questa del tutto legittima durante il funzionamento del sistema.
- la matrice $H = KB$ risulta essere anch'essa invertibile.
- H rappresenta una **omografia** tra il piano dell'oggetto ed il piano dell'immagine
- sono sinonimi di omografia: **collineation** e **projectivity**
- un'omografia H , trattando coordinate omogenee di punti, è definita a meno di una costante moltiplicativa, quindi possiede 8 DOF
- l'omografia generata da una determinata telecamera con matrice di calibrazione K che non venga modificata durante un compito (esempio: no zoom) **possiede solo 6 DOF, gli stessi della matrice B**
- quindi: **non tutte le omografie generano viste ammissibili**
ovvero: compatibili con il **moto rigido** di un oggetto piano!

2.3. Omografie

- Definiamo la matrice $B \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$:

$$B = \begin{bmatrix} \mathbf{i}_o & \mathbf{j}_o & \mathbf{t} \end{bmatrix} \quad . \quad (8)$$

- B definisce totalmente posizione ed orientazione relativa telecamera-oggetto (infatti $\mathbf{k}_o = \mathbf{i}_o \times \mathbf{j}_o$)
- inoltre B risulta essere invertibile se il vettore \mathbf{t} non appartiene al piano dell'oggetto, ipotesi questa del tutto legittima durante il funzionamento del sistema.
- la matrice $H = KB$ risulta essere anch'essa invertibile.
- H rappresenta una **omografia** tra il piano dell'oggetto ed il piano dell'immagine
- sono sinonimi di omografia: **collineation** e **projectivity**
- un'omografia H , trattando coordinate omogenee di punti, è definita a meno di una costante moltiplicativa, quindi possiede 8 DOF
- l'omografia generata da una determinata telecamera con matrice di calibrazione K che non venga modificata durante un compito (esempio: no zoom) **possiede solo 6 DOF, gli stessi della matrice B**
- quindi: **non tutte le omografie generano viste ammissibili**
ovvero: compatibili con il **moto rigido** di un oggetto piano!
(a meno di non cambiare

2.3. Omografie

- Definiamo la matrice $B \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$:

$$B = [\mathbf{i}_o \quad \mathbf{j}_o \quad \mathbf{t}] \quad . \quad (8)$$

- B definisce totalmente posizione ed orientazione relativa telecamera-oggetto (infatti $\mathbf{k}_o = \mathbf{i}_o \times \mathbf{j}_o$)
- inoltre B risulta essere invertibile se il vettore \mathbf{t} non appartiene al piano dell'oggetto, ipotesi questa del tutto legittima durante il funzionamento del sistema.
- la matrice $H = KB$ risulta essere anch'essa invertibile.
- H rappresenta una **omografia** tra il piano dell'oggetto ed il piano dell'immagine
- sono sinonimi di omografia: **collineation** e **projectivity**
- un'omografia H , trattando coordinate omogenee di punti, è definita a meno di una costante moltiplicativa, quindi possiede 8 DOF
- l'omografia generata da una determinata telecamera con matrice di calibrazione K che non venga modificata durante un compito (esempio: no zoom) **possiede solo 6 DOF, gli stessi della matrice B**
- quindi: **non tutte le omografie generano viste ammissibili**
ovvero: compatibili con il **moto rigido** di un oggetto piano!
(a meno di non cambiare i parametri di telecamera)

Omografie



CASA

Pagina iniziale

Indice



Pagina 12 di 45

Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

Omografie

- date due diverse pose B e B' dello stesso oggetto piano rispetto alla telecamera, la proiezione dello stesso punto dell'oggetto avrà coordinate nelle due viste corrispondenti:



CASA

Pagina iniziale

Indice



Pagina 12 di 45

Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

Omografie

- date due diverse pose B e B' dello stesso oggetto piano rispetto alla telecamera, la proiezione dello stesso punto dell'oggetto avrà coordinate nelle due viste corrispondenti:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ w \end{bmatrix} = KB \begin{bmatrix} X^o \\ Y^o \\ 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

(10)

Omografie

- date due diverse pose B e B' dello stesso oggetto piano rispetto alla telecamera, la proiezione dello stesso punto dell'oggetto avrà coordinate nelle due viste corrispondenti:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ w \end{bmatrix} = KB \begin{bmatrix} X^o \\ Y^o \\ 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ w' \end{bmatrix} = KB' \begin{bmatrix} X^o \\ Y^o \\ 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

Omografie

- date due diverse pose B e B' dello stesso oggetto piano rispetto alla telecamera, la proiezione dello stesso punto dell'oggetto avrà coordinate nelle due viste corrispondenti:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ w \end{bmatrix} = KB \begin{bmatrix} X^o \\ Y^o \\ 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ w' \end{bmatrix} = KB' \begin{bmatrix} X^o \\ Y^o \\ 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

- **NOTA:** utilizzando la (9), otterremo una particolare rappresentazione in coordinate omogenee del punto proiettato, ovvero quella che ha come terza coordinata $w = Z^c$

Omografie

- date due diverse pose B e B' dello stesso oggetto piano rispetto alla telecamera, la proiezione dello stesso punto dell'oggetto avrà coordinate nelle due viste corrispondenti:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ w \end{bmatrix} = KB \begin{bmatrix} X^o \\ Y^o \\ 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ w' \end{bmatrix} = KB' \begin{bmatrix} X^o \\ Y^o \\ 1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

- **NOTA:** utilizzando la (9), otterremo una particolare rappresentazione in coordinate omogenee del punto proiettato, ovvero quella che ha come terza coordinata $w = Z^c$
- dalla (9) possiamo quindi ricavare, a meno di una costante moltiplicativa λ , il vettore $[X^o \ Y^o \ 1]^T$:

Omografie

- date due diverse pose B e B' dello stesso oggetto piano rispetto alla telecamera, la proiezione dello stesso punto dell'oggetto avrà coordinate nelle due viste corrispondenti:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ w \end{bmatrix} = KB \begin{bmatrix} X^o \\ Y^o \\ 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ w' \end{bmatrix} = KB' \begin{bmatrix} X^o \\ Y^o \\ 1 \end{bmatrix} . \quad (10)$$

- **NOTA:** utilizzando la (9), otterremo una particolare rappresentazione in coordinate omogenee del punto proiettato, ovvero quella che ha come terza coordinata $w = Z^c$
- dalla (9) possiamo quindi ricavare, a meno di una costante moltiplicativa λ , il vettore $[X^o \ Y^o \ 1]^T$:

$$\begin{bmatrix} X^o \\ Y^o \\ 1 \end{bmatrix} = \lambda(KB)^{-1} \begin{bmatrix} x \\ y \\ w \end{bmatrix} \quad (11)$$

Omografie

- sostituendo la (11) nella (10) otteniamo:



CASA

Pagina iniziale

Indice



Pagina 13 di 45

Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

Omografie

- sostituendo la (11) nella (10) otteniamo:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ w' \end{bmatrix} = KB'B^{-1}K^{-1}\lambda \begin{bmatrix} x \\ y \\ w \end{bmatrix} \quad (12)$$

Omografie

- sostituendo la (11) nella (10) otteniamo:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ w' \end{bmatrix} = KB'B^{-1}K^{-1}\lambda \begin{bmatrix} x \\ y \\ w \end{bmatrix} \quad (12)$$

- la matrice $H = KB'B^{-1}K^{-1}$ che compare nella (12) rappresenta una omografia
- quindi: date una vista corrente ed una vista desiderata di un oggetto piano, le due viste sono legate da una omografia:

$$H = KB'B^{-1}K^{-1} \quad . \quad (13)$$

Omografie

- sostituendo la (11) nella (10) otteniamo:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ w' \end{bmatrix} = KB'B^{-1}K^{-1}\lambda \begin{bmatrix} x \\ y \\ w \end{bmatrix} \quad (12)$$

- la matrice $H = KB'B^{-1}K^{-1}$ che compare nella (12) rappresenta una omografia
- quindi: date una vista corrente ed una vista desiderata di un oggetto piano, le due viste sono legate da una omografia:

$$H = KB'B^{-1}K^{-1} \quad . \quad (13)$$

- se p è un punto dell'oggetto nella vista iniziale e $p^{(d)}$ è lo stesso punto nella vista desiderata, vale:

$$p^{(d)} = Hp \quad (14)$$

Omografie

- sostituendo la (11) nella (10) otteniamo:

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ w' \end{bmatrix} = KB'B^{-1}K^{-1}\lambda \begin{bmatrix} x \\ y \\ w \end{bmatrix} \quad (12)$$

- la matrice $H = KB'B^{-1}K^{-1}$ che compare nella (12) rappresenta una omografia
- quindi: date una vista corrente ed una vista desiderata di un oggetto piano, le due viste sono legate da una omografia:

$$H = KB'B^{-1}K^{-1} \quad (13)$$

- se p è un punto dell'oggetto nella vista iniziale e $p^{(d)}$ è lo stesso punto nella vista desiderata, vale:

$$p^{(d)} = Hp \quad (14)$$

- la (14), note la vista iniziale e la vista desiderata di 4 diversi punti, permette di ricavare la matrice H (esistono vari metodi per farlo [Hartley 2000])

Omografie



CASA

Pagina iniziale

Indice



Pagina 14 di 45

Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

Omografie

- rispetto alla vista iniziale, la vista finale è caratterizzata da un'omografia H , mentre la vista iniziale è caratterizzata da un'omografia identica I

CASA

Pagina iniziale

Indice



Pagina 14 di 45

Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

Omografie

- rispetto alla vista iniziale, la vista finale è caratterizzata da un'omografia H , mentre la vista iniziale è caratterizzata da un'omografia identica I
- un compito di posizionamento con asservimento visivo, utilizzando un oggetto piano come bersaglio, può quindi essere interpretato come:

Omografie

- rispetto alla vista iniziale, la vista finale è caratterizzata da un'omografia H , mentre la vista iniziale è caratterizzata da un'omografia identica I
- un compito di posizionamento con asservimento visivo, utilizzando un oggetto piano come bersaglio, può quindi essere interpretato come:

imporre un twist screw relativo tra oggetto e telecamera in modo da far variare gradualmente ed in modo compatibile con la telecamera ed il moto rigido, l'omografia esistente tra la vista iniziale e la vista corrente da I ad H

2.4. Lo jacobiano immagine



CASA

Pagina iniziale

Indice



Pagina 15 di 45

Indietro

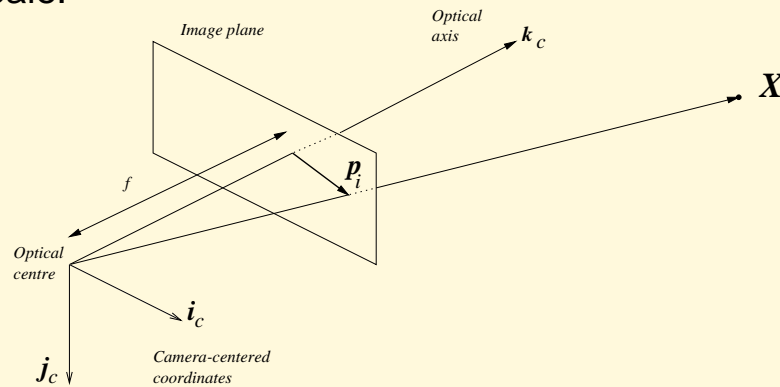
Schermo pieno

Chiudi

Esci

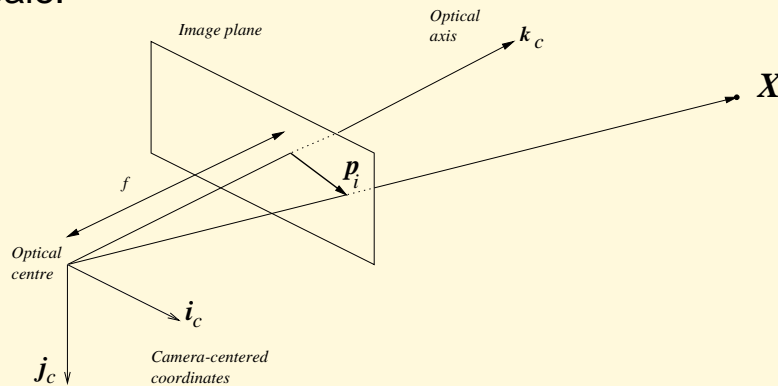
2.4. Lo jacobiano immagine

- facciamo riferimento ad una configurazione “eye-in-hand” con modello di telecamera ideale.



2.4. Lo jacobiano immagine

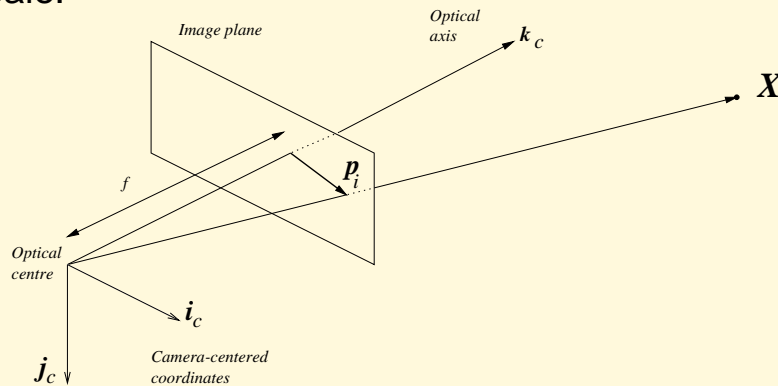
- facciamo riferimento ad una configurazione “eye-in-hand” con modello di telecamera ideale.



- **Nota:** la conoscenza della matrice di calibrazione della telecamera permette di riportarsi ad un modello di telecamera ideale equivalente

2.4. Lo jacobiano immagine

- facciamo riferimento ad una configurazione “eye-in-hand” con modello di telecamera ideale.

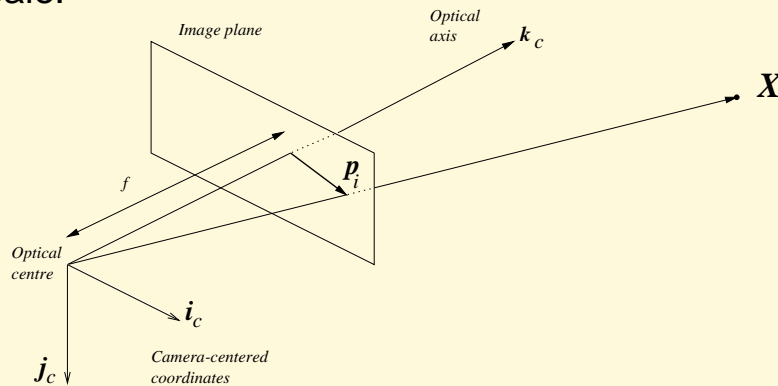


- **Nota:** la conoscenza della matrice di calibrazione della telecamera permette di riportarsi ad un modello di telecamera ideale equivalente
- descriviamo il moto relativo della telecamera rispetto all'oggetto (in quiete) tramite il twist di velocità:

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} \mathbf{v} \\ \boldsymbol{\omega} \end{bmatrix},$$

2.4. Lo jacobiano immagine

- facciamo riferimento ad una configurazione “eye-in-hand” con modello di telecamera ideale.



- **Nota:** la conoscenza della matrice di calibrazione della telecamera permette di riportarsi ad un modello di telecamera ideale equivalente
- descriviamo il moto relativo della telecamera rispetto all'oggetto (in quiete) tramite il twist di velocità:

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} \mathbf{v} \\ \boldsymbol{\omega} \end{bmatrix},$$

dove \mathbf{v} è la velocità di traslazione dell'origine della terna di telecamera $\langle c \rangle$ e $\boldsymbol{\omega}$ è la velocità angolare di $\langle c \rangle$, entrambi espressi nel sistema di riferimento $\langle c \rangle$.

2.4.1. Espressione di J nel caso di telecamera calibrata

- Lo **giacobiano immagine** esprime la relazione (lineare) esistente tra la derivata temporale del vettore delle feature e il twist screw di velocità:

$$\dot{s} = J(s, p)u \quad , \quad (15)$$

2.4.1. Espressione di J nel caso di telecamera calibrata

- Lo **giacobiano immagine** esprime la relazione (lineare) esistente tra la derivata temporale del vettore delle feature e il twist screw di velocità:

$$\dot{s} = J(s, p)u \quad , \quad (15)$$

dove s è il vettore delle feature considerate e p è un vettore di parametri intrinseci ed estrinseci di telecamera.

2.4.1. Espressione di J nel caso di telecamera calibrata

- Lo **giacobiano immagine** esprime la relazione (lineare) esistente tra la derivata temporale del vettore delle feature e il twist screw di velocità:

$$\dot{s} = J(s, p)u \quad , \quad (15)$$

dove s è il vettore delle feature considerate e p è un vettore di parametri intrinseci ed estrinseci di telecamera.

- dato che nel nostro caso le feature considerate sono punti, per il generico punto immagine $p_i = [x_i \ y_i]^T$ (in coordinate non omogenee) vale:

2.4.1. Espressione di J nel caso di telecamera calibrata

- Lo **giacobiano immagine** esprime la relazione (lineare) esistente tra la derivata temporale del vettore delle feature e il twist screw di velocità:

$$\dot{s} = J(s, p)u \quad , \quad (15)$$

dove s è il vettore delle feature considerate e p è un vettore di parametri intrinseci ed estrinseci di telecamera.

- dato che nel nostro caso le feature considerate sono punti, per il generico punto immagine $p_i = [x_i \ y_i]^T$ (in coordinate non omogenee) vale:

$$\begin{aligned} \dot{p}_i &= \begin{bmatrix} -\frac{f}{Z_i} & 0 & \frac{x_i}{Z_i} & \frac{x_i y_i}{f} & -\left(f + \frac{x_i^2}{f}\right) & y_i \\ 0 & -\frac{f}{Z_i} & \frac{y_i}{Z_i} & \left(f + \frac{y_i^2}{f}\right) & -\frac{x_i y_i}{f} & -x_i \end{bmatrix} u = \\ &= J_i u \quad , \end{aligned} \quad (16)$$

2.4.1. Espressione di J nel caso di telecamera calibrata

- Lo **giacobiano immagine** esprime la relazione (lineare) esistente tra la derivata temporale del vettore delle feature e il twist screw di velocità:

$$\dot{s} = J(s, p)u \quad , \quad (15)$$

dove s è il vettore delle feature considerate e p è un vettore di parametri intrinseci ed estrinseci di telecamera.

- dato che nel nostro caso le feature considerate sono punti, per il generico punto immagine $p_i = [x_i \ y_i]^T$ (in coordinate non omogenee) vale:

$$\begin{aligned} \dot{p}_i &= \begin{bmatrix} -\frac{f}{Z_i} & 0 & \frac{x_i}{Z_i} & \frac{x_i y_i}{f} & -\left(f + \frac{x_i^2}{f}\right) & y_i \\ 0 & -\frac{f}{Z_i} & \frac{y_i}{Z_i} & \left(f + \frac{y_i^2}{f}\right) & -\frac{x_i y_i}{f} & -x_i \end{bmatrix} u = \\ &= J_i u \quad , \quad (16) \end{aligned}$$

dove $u = [v_x \ v_y \ v_z \ \omega_x \ \omega_y \ \omega_z]^T$ è il twist screw relativo espresso nel sistema di riferimento $\langle c \rangle$.

2.4.2. Espressione di J nel caso di telecamera non calibrata



CASA

Pagina iniziale

Indice



Pagina 17 di 45

Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

2.4.2. Espressione di J nel caso di telecamera non calibrata

- Nel caso di telecamera non ideale, l'espressione di J_i è leggermente più complessa della (16)



CASA

Pagina iniziale

Indice



Pagina 17 di 45

Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

2.4.2. Espressione di J nel caso di telecamera non calibrata

- Nel caso di telecamera non ideale, l'espressione di J_i è leggermente più complessa della (16)

$$\begin{bmatrix} -\frac{\alpha_1}{Z_i} & -\frac{\sigma}{Z_i} & \frac{x_i}{Z_i} & \frac{\sigma \alpha_2 + y_i x_i}{\alpha_2} & -\frac{\alpha_1^2 \alpha_2 + x_i^2 \alpha_2 - x_i \sigma y_i}{\alpha_1 \alpha_2} & -\frac{-\alpha_1^2 y_i + \sigma x_i \alpha_2 - \sigma^2 y_i}{\alpha_1 \alpha_2} \\ 0 & -\frac{\alpha_2}{Z_i} & \frac{y_i}{Z_i} & \frac{\alpha_2^2 + y_i^2}{\alpha_2} & -\frac{y_i (x_i \alpha_2 - y_i \sigma)}{\alpha_1 \alpha_2} & -\frac{x_i \alpha_2 - y_i \sigma}{\alpha_1} \end{bmatrix} \quad (17)$$

2.4.2. Espressione di J nel caso di telecamera non calibrata

- Nel caso di telecamera non ideale, l'espressione di J_i è leggermente più complessa della (16)

$$\begin{bmatrix} -\frac{\alpha_1}{Z_i} & -\frac{\sigma}{Z_i} & \frac{x_i}{Z_i} & \frac{\sigma \alpha_2 + y_i x_i}{\alpha_2} & -\frac{\alpha_1^2 \alpha_2 + x_i^2 \alpha_2 - x_i \sigma y_i}{\alpha_1 \alpha_2} & -\frac{-\alpha_1^2 y_i + \sigma x_i \alpha_2 - \sigma^2 y_i}{\alpha_1 \alpha_2} \\ 0 & -\frac{\alpha_2}{Z_i} & \frac{y_i}{Z_i} & \frac{\alpha_2^2 + y_i^2}{\alpha_2} & -\frac{y_i(x_i \alpha_2 - y_i \sigma)}{\alpha_1 \alpha_2} & -\frac{x_i \alpha_2 - y_i \sigma}{\alpha_1} \end{bmatrix} \quad (17)$$

- Dalla (17), ponendo $\alpha_1 = \alpha_2 = f$ e $\sigma = 0$, si ottiene nuovamente l'espressione (16), valida per il caso di telecamera ideale.

2.4.3. Dinamica del sistema

- Se utilizziamo n punti per rappresentare l'oggetto di interesse, possiamo costruire il **vettore di stato**:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ p_n \end{bmatrix} \quad (18)$$

2.4.3. Dinamica del sistema

- Se utilizziamo n punti per rappresentare l'oggetto di interesse, possiamo costruire il **vettore di stato**:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ p_n \end{bmatrix} \quad (18)$$

- e dalla (16) o, in alternativa, dalla (17), lo **jacobiano immagine** $J \in \mathbb{R}^{2n \times 6}$ risulta:

$$J = \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \\ \vdots \\ J_n \end{bmatrix} \quad (19)$$

2.4.3. Dinamica del sistema

- Se utilizziamo n punti per rappresentare l'oggetto di interesse, possiamo costruire il **vettore di stato**:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{p}_1 \\ \mathbf{p}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{p}_n \end{bmatrix} \quad (18)$$

- e dalla (16) o, in alternativa, dalla (17), lo **jacobiano immagine** $J \in \mathbb{R}^{2n \times 6}$ risulta:

$$J = \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \\ \vdots \\ J_n \end{bmatrix} \quad (19)$$

- dalla (18) e dalla (19) possiamo derivare l'espressione di $\dot{\mathbf{x}}$ in funzione di \mathbf{u} :

$$\dot{\mathbf{x}} = J\mathbf{u} \quad (20)$$

2.4.3. Dinamica del sistema

- Se utilizziamo n punti per rappresentare l'oggetto di interesse, possiamo costruire il **vettore di stato**:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{p}_1 \\ \mathbf{p}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{p}_n \end{bmatrix} \quad (18)$$

- e dalla (16) o, in alternativa, dalla (17), lo **jacobiano immagine** $J \in \mathbb{R}^{2n \times 6}$ risulta:

$$J = \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \\ \vdots \\ J_n \end{bmatrix} \quad (19)$$

- dalla (18) e dalla (19) possiamo derivare l'espressione di $\dot{\mathbf{x}}$ in funzione di \mathbf{u} :

$$\dot{\mathbf{x}} = J\mathbf{u} \quad (20)$$

- **NOTA:** dalle (16) (19) è evidente che:

2.4.3. Dinamica del sistema

- Se utilizziamo n punti per rappresentare l'oggetto di interesse, possiamo costruire il **vettore di stato**:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{p}_1 \\ \mathbf{p}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{p}_n \end{bmatrix} \quad (18)$$

- e dalla (16) o, in alternativa, dalla (17), lo **jacobiano immagine** $J \in \mathbb{R}^{2n \times 6}$ risulta:

$$J = \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \\ \vdots \\ J_n \end{bmatrix} \quad (19)$$

- dalla (18) e dalla (19) possiamo derivare l'espressione di $\dot{\mathbf{x}}$ in funzione di \mathbf{u} :

$$\dot{\mathbf{x}} = J\mathbf{u} \quad (20)$$

- **NOTA:** dalle (16) (19) è evidente che:

se l'oggetto, pur rimanendo nel campo di vista della telecamera, tende ad allontanarsi troppo:

$$Z_i \gg x_i \quad (21)$$

$$Z_i \gg y_i \quad (22)$$

$$Z_i \gg f \quad , \quad (23)$$

le prime tre colonne di J tendono ad annullarsi e lo jacobiano perde rango:

CASA

Pagina iniziale

Indice



Pagina 19 di 45

Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

le prime tre colonne di J tendono ad annullarsi e lo jacobiano perde rango:

l'oggetto tende a collapsare in un punto e le traslazioni della telecamera non modificano praticamente la vista

CASA

Pagina iniziale

Indice



Pagina 19 di 45

Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

2.5. Controllo basato sulla (pseudo) inversione dello jacobiano immagine



CASA

Pagina iniziale

Indice



Pagina 20 di 45

Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

2.5. Controllo basato sulla (pseudo) inversione dello jacobiano immagine

- dalla (20) risulta naturale l'ideazione di leggi di controllo che siano basate sull'errore nel piano immagine $\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{x}^{(d)} - \mathbf{x}$ e la pseudoinversa $\hat{\mathbf{J}}^\dagger$ della stima dello Jacobiano.



CASA

Pagina iniziale

Indice



Pagina 20 di 45

Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

2.5. Controllo basato sulla (pseudo) inversione dello jacobiano immagine

- dalla (20) risulta naturale l'ideazione di leggi di controllo che siano basate sull'errore nel piano immagine $\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{x}^{(d)} - \mathbf{x}$ e la pseudoinversa $\hat{\mathbf{J}}^\dagger$ della stima dello Jacobiano.
- per un semplice compito di posizionamento ($\mathbf{x}^{(d)} = \text{cost}$), una legge di tipo lineare calcola il comando \mathbf{u} come segue:

$$\mathbf{u} = k\hat{\mathbf{J}}^\dagger\tilde{\mathbf{x}} \quad , \quad (24)$$

2.5. Controllo basato sulla (pseudo) inversione dello jacobiano immagine

- dalla (20) risulta naturale l'ideazione di leggi di controllo che siano basate sull'errore nel piano immagine $\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{x}^{(d)} - \mathbf{x}$ e la pseudoinversa $\hat{\mathbf{J}}^\dagger$ della stima dello Jacobiano.
- per un semplice compito di posizionamento ($\mathbf{x}^{(d)} = \text{cost}$), una legge di tipo lineare calcola il comando \mathbf{u} come segue:

$$\mathbf{u} = k \hat{\mathbf{J}}^\dagger \tilde{\mathbf{x}} \quad , \quad (24)$$

dove k è una costante positiva.

2.5. Controllo basato sulla (pseudo) inversione dello jacobiano immagine

- dalla (20) risulta naturale l'ideazione di leggi di controllo che siano basate sull'errore nel piano immagine $\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{x}^{(d)} - \mathbf{x}$ e la pseudoinversa $\hat{\mathbf{J}}^\dagger$ della stima dello Jacobiano.
- per un semplice compito di posizionamento ($\mathbf{x}^{(d)} = \text{cost}$), una legge di tipo lineare calcola il comando \mathbf{u} come segue:

$$\mathbf{u} = k \hat{\mathbf{J}}^\dagger \tilde{\mathbf{x}} \quad , \quad (24)$$

dove k è una costante positiva.

- la legge di controllo (24) può essere utilizzata nel caso in cui $\text{rank}(\hat{\mathbf{J}}) = 6$, ovvero $\hat{\mathbf{J}}$ non sia singolare

2.5. Controllo basato sulla (pseudo) inversione dello jacobiano immagine

- dalla (20) risulta naturale l'ideazione di leggi di controllo che siano basate sull'errore nel piano immagine $\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{x}^{(d)} - \mathbf{x}$ e la pseudoinversa $\hat{\mathbf{J}}^\dagger$ della stima dello Jacobiano.
- per un semplice compito di posizionamento ($\mathbf{x}^{(d)} = \text{cost}$), una legge di tipo lineare calcola il comando \mathbf{u} come segue:

$$\mathbf{u} = k \hat{\mathbf{J}}^\dagger \tilde{\mathbf{x}} \quad , \quad (24)$$

dove k è una costante positiva.

- la legge di controllo (24) può essere utilizzata nel caso in cui $\text{rank}(\hat{\mathbf{J}}) = 6$, ovvero $\hat{\mathbf{J}}$ non sia singolare
- nel caso in cui esista uno strumento di pianificazione modificare la (24) in modo da iniettare un termine di feedforward.

2.5.1. Dimostrazione di stabilità (conoscenza esatta di J)



CASA

Pagina iniziale

Indice



Pagina 21 di 45

Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

2.5.1. Dimostrazione di stabilità (conoscenza esatta di J)

- nel caso in cui la stima di J^\dagger sia esatta, la legge di controllo (24) diventa:

$$\mathbf{u} = kJ^\dagger \tilde{\mathbf{x}} \quad . \quad (25)$$

2.5.1. Dimostrazione di stabilità (conoscenza esatta di J)

- nel caso in cui la stima di J^\dagger sia esatta, la legge di controllo (24) diventa:

$$\mathbf{u} = kJ^\dagger \tilde{\mathbf{x}} \quad . \quad (25)$$

- costruiamo una funzione candidata di Lyapunov V :

$$V = \frac{1}{2} \tilde{\mathbf{x}}^T \tilde{\mathbf{x}} \quad . \quad (26)$$

2.5.1. Dimostrazione di stabilità (conoscenza esatta di J)

- nel caso in cui la stima di J^\dagger sia esatta, la legge di controllo (24) diventa:

$$\mathbf{u} = kJ^\dagger \tilde{\mathbf{x}} \quad . \quad (25)$$

- costruiamo una funzione candidata di Lyapunov V :

$$V = \frac{1}{2} \tilde{\mathbf{x}}^T \tilde{\mathbf{x}} \quad . \quad (26)$$

- Derivando rispetto al tempo la (26) e utilizzando la legge di controllo (25) risulta:

$$\dot{V} \quad (27)$$

2.5.1. Dimostrazione di stabilità (conoscenza esatta di J)

- nel caso in cui la stima di J^\dagger sia esatta, la legge di controllo (24) diventa:

$$\mathbf{u} = kJ^\dagger \tilde{\mathbf{x}} \quad . \quad (25)$$

- costruiamo una funzione candidata di Lyapunov V :

$$V = \frac{1}{2} \tilde{\mathbf{x}}^T \tilde{\mathbf{x}} \quad . \quad (26)$$

- Derivando rispetto al tempo la (26) e utilizzando la legge di controllo (25) risulta:

$$\dot{V} = \tilde{\mathbf{x}}^T \dot{\tilde{\mathbf{x}}} \quad (27)$$

2.5.1. Dimostrazione di stabilità (conoscenza esatta di J)

- nel caso in cui la stima di J^\dagger sia esatta, la legge di controllo (24) diventa:

$$\mathbf{u} = kJ^\dagger \tilde{\mathbf{x}} \quad . \quad (25)$$

- costruiamo una funzione candidata di Lyapunov V :

$$V = \frac{1}{2} \tilde{\mathbf{x}}^T \tilde{\mathbf{x}} \quad . \quad (26)$$

- Derivando rispetto al tempo la (26) e utilizzando la legge di controllo (25) risulta:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \tilde{\mathbf{x}}^T \dot{\tilde{\mathbf{x}}} \\ &= -\tilde{\mathbf{x}}^T \dot{\tilde{\mathbf{x}}} \end{aligned} \quad (27)$$

2.5.1. Dimostrazione di stabilità (conoscenza esatta di J)

- nel caso in cui la stima di J^\dagger sia esatta, la legge di controllo (24) diventa:

$$\mathbf{u} = kJ^\dagger \tilde{\mathbf{x}} \quad . \quad (25)$$

- costruiamo una funzione candidata di Lyapunov V :

$$V = \frac{1}{2} \tilde{\mathbf{x}}^T \tilde{\mathbf{x}} \quad . \quad (26)$$

- Derivando rispetto al tempo la (26) e utilizzando la legge di controllo (25) risulta:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \tilde{\mathbf{x}}^T \dot{\tilde{\mathbf{x}}} \\ &= -\tilde{\mathbf{x}}^T \dot{\mathbf{x}} \\ &= -\tilde{\mathbf{x}}^T J J^\dagger \tilde{\mathbf{x}} \quad . \end{aligned} \quad (27)$$

2.5.1. Dimostrazione di stabilità (conoscenza esatta di J)

- nel caso in cui la stima di J^\dagger sia esatta, la legge di controllo (24) diventa:

$$\mathbf{u} = kJ^\dagger \tilde{\mathbf{x}} \quad . \quad (25)$$

- costruiamo una funzione candidata di Lyapunov V :

$$V = \frac{1}{2} \tilde{\mathbf{x}}^T \tilde{\mathbf{x}} \quad . \quad (26)$$

- Derivando rispetto al tempo la (26) e utilizzando la legge di controllo (25) risulta:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \tilde{\mathbf{x}}^T \dot{\tilde{\mathbf{x}}} \\ &= -\tilde{\mathbf{x}}^T \dot{\mathbf{x}} \\ &= -\tilde{\mathbf{x}}^T J J^\dagger \tilde{\mathbf{x}} \quad . \end{aligned} \quad (27)$$

- il nucleo della forma quadratica che compare nella (27) è una matrice di rango 6 simmetrica e semidefinita positiva:

2.5.1. Dimostrazione di stabilità (conoscenza esatta di J)

- nel caso in cui la stima di J^\dagger sia esatta, la legge di controllo (24) diventa:

$$\mathbf{u} = kJ^\dagger \tilde{\mathbf{x}} \quad . \quad (25)$$

- costruiamo una funzione candidata di Lyapunov V :

$$V = \frac{1}{2} \tilde{\mathbf{x}}^T \tilde{\mathbf{x}} \quad . \quad (26)$$

- Derivando rispetto al tempo la (26) e utilizzando la legge di controllo (25) risulta:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \tilde{\mathbf{x}}^T \dot{\tilde{\mathbf{x}}} \\ &= -\tilde{\mathbf{x}}^T \dot{\mathbf{x}} \\ &= -\tilde{\mathbf{x}}^T J J^\dagger \tilde{\mathbf{x}} \quad . \end{aligned} \quad (27)$$

- il nucleo della forma quadratica che compare nella (27) è una matrice di rango 6 simmetrica e semidefinita positiva:

$$J J^\dagger = J(J^T J)^{-1} J^T \in \mathbb{R}^{2n \times 2n} \quad . \quad (28)$$

2.5.1. Dimostrazione di stabilità (conoscenza esatta di J)

- nel caso in cui la stima di J^\dagger sia esatta, la legge di controllo (24) diventa:

$$\mathbf{u} = kJ^\dagger \tilde{\mathbf{x}} \quad . \quad (25)$$

- costruiamo una funzione candidata di Lyapunov V :

$$V = \frac{1}{2} \tilde{\mathbf{x}}^T \tilde{\mathbf{x}} \quad . \quad (26)$$

- Derivando rispetto al tempo la (26) e utilizzando la legge di controllo (25) risulta:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \tilde{\mathbf{x}}^T \dot{\tilde{\mathbf{x}}} \\ &= -\tilde{\mathbf{x}}^T \dot{\mathbf{x}} \\ &= -\tilde{\mathbf{x}}^T J J^\dagger \tilde{\mathbf{x}} \quad . \end{aligned} \quad (27)$$

- il nucleo della forma quadratica che compare nella (27) è una matrice di rango 6 simmetrica e semidefinita positiva:

$$J J^\dagger = J(J^T J)^{-1} J^T \in \mathbb{R}^{2n \times 2n} \quad . \quad (28)$$

- quindi $\dot{V} \leq 0$ e il sistema è stabile secondo Lyapunov.

2.5.1. Dimostrazione di stabilità (conoscenza esatta di J)

- nel caso in cui la stima di J^\dagger sia esatta, la legge di controllo (24) diventa:

$$\mathbf{u} = kJ^\dagger \tilde{\mathbf{x}} \quad . \quad (25)$$

- costruiamo una funzione candidata di Lyapunov V :

$$V = \frac{1}{2} \tilde{\mathbf{x}}^T \tilde{\mathbf{x}} \quad . \quad (26)$$

- Derivando rispetto al tempo la (26) e utilizzando la legge di controllo (25) risulta:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \tilde{\mathbf{x}}^T \dot{\tilde{\mathbf{x}}} \\ &= -\tilde{\mathbf{x}}^T \dot{\mathbf{x}} \\ &= -\tilde{\mathbf{x}}^T J J^\dagger \tilde{\mathbf{x}} \quad . \end{aligned} \quad (27)$$

- il nucleo della forma quadratica che compare nella (27) è una matrice di rango 6 simmetrica e semidefinita positiva:

$$J J^\dagger = J(J^T J)^{-1} J^T \in \mathbb{R}^{2n \times 2n} \quad . \quad (28)$$

- quindi $\dot{V} \leq 0$ e il sistema è stabile secondo Lyapunov.
- più avanti vedremo che non sempre la **convergenza** è assicurata

3. Singolarità e minimi locali

3.1. Il problema delle singolarità



CASA

Pagina iniziale

Indice



Pagina 22 di 45

Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

3. Singolarità e minimi locali

3.1. Il problema delle singolarità

- abbiamo visto che esistono configurazioni in cui lo jacobiano perde rango

3. Singolarità e minimi locali

3.1. Il problema delle singolarità

- abbiamo visto che esistono configurazioni in cui lo jacobiano perde rango
- bisogna quindi evitare che, durante il compito, il sistema si avvicini alle singolarità

3. Singolarità e minimi locali

3.1. Il problema delle singolarità

- abbiamo visto che esistono configurazioni in cui lo jacobiano perde rango
- bisogna quindi evitare che, durante il compito, il sistema si avvicini alle singolarità

le singolarità sono caratterizzate da $Z_i = \infty, \forall i = 1, \dots, n$ ma, a tutti gli effetti pratici, bisogna evitare che si verifichino le condizioni (21)(22) (23)

3. Singolarità e minimi locali

3.1. Il problema delle singolarità

- abbiamo visto che esistono configurazioni in cui lo jacobiano perde rango
 - bisogna quindi evitare che, durante il compito, il sistema si avvicini alle singolarità
- le singolarità sono caratterizzate da $Z_i = \infty, \forall i = 1, \dots, n$ ma, a tutti gli effetti pratici, bisogna evitare che si verifichino le condizioni (21)(22) (23)
- la legge di controllo (24) non è sicura da questo punto di vista

3. Singolarità e minimi locali

3.1. Il problema delle singolarità

- abbiamo visto che esistono configurazioni in cui lo jacobiano perde rango
- bisogna quindi evitare che, durante il compito, il sistema si avvicini alle singolarità

le singolarità sono caratterizzate da $Z_i = \infty, \forall i = 1, \dots, n$ ma, a tutti gli effetti pratici, bisogna evitare che si verifichino le condizioni (21)(22) (23)

- la legge di controllo (24) non è sicura da questo punto di vista
infatti J^\dagger cerca di “spingere” ogni punto in linea retta verso la posizione desiderata (compatibilmente con la telecamera ed il moto rigido)

3. Singolarità e minimi locali

3.1. Il problema delle singolarità

- abbiamo visto che esistono configurazioni in cui lo jacobiano perde rango
- bisogna quindi evitare che, durante il compito, il sistema si avvicini alle singolarità
le singolarità sono caratterizzate da $Z_i = \infty, \forall i = 1, \dots, n$ ma, a tutti gli effetti pratici, bisogna evitare che si verifichino le condizioni (21)(22) (23)
- la legge di controllo (24) non è sicura da questo punto di vista
infatti J^\dagger cerca di “spingere” ogni punto in linea retta verso la posizione desiderata (compatibilmente con la telecamera ed il moto rigido)
- le omotetie con rotazione di π sono perniciose ...

... la telecamera tratta punti propri e punti impropri nello stesso modo!

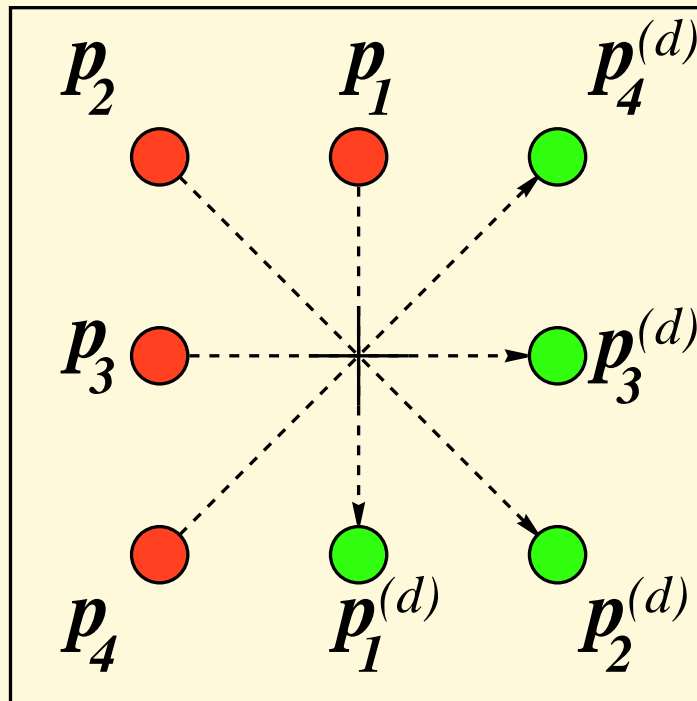


Figura 4: Viaggio senza ritorno verso una singolarità [Chaumette 1998].

Singularità

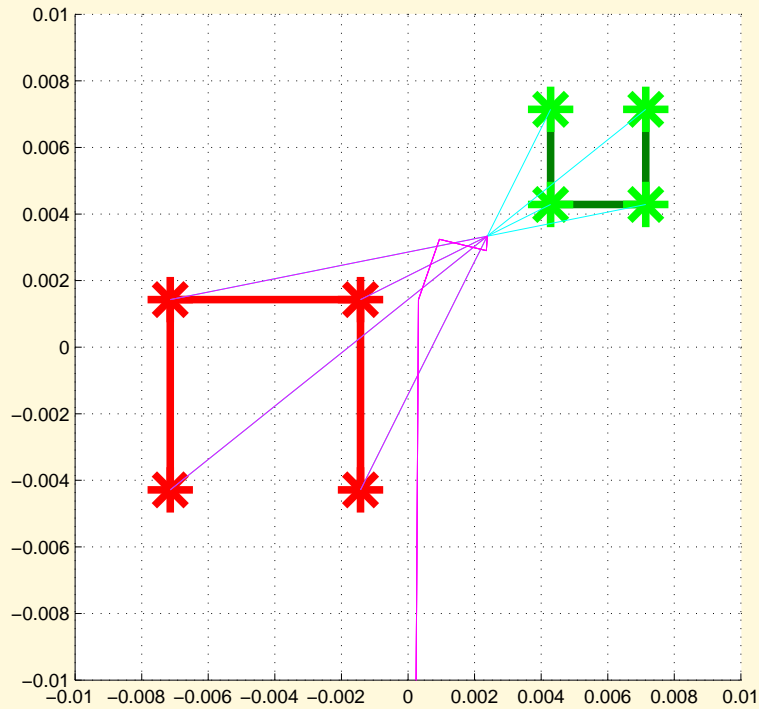


Figura 5: Passaggio per un punto singolare

Singularità

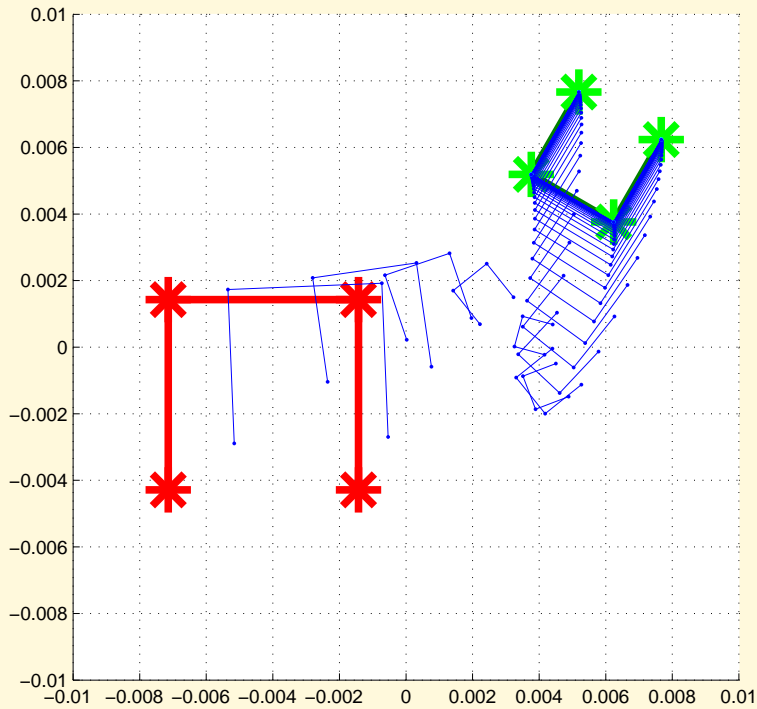


Figura 6: Passaggio vicino ad un punto singolare

3.2. Possibili rimedi



CASA

Pagina iniziale

Indice



Pagina 26 di 45

Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

3.2. Possibili rimedi

- nell'esempio mostrato in **figura 4**, il controllo tende a raggiungere la vista desiderata



CASA

Pagina iniziale

Indice



Pagina 26 di 45

Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

3.2. Possibili rimedi

- nell'esempio mostrato in **figura 4**, il controllo tende a raggiungere la vista desiderata facendo passare la telecamera per il **punto improprio dell'asse z** del sistema di riferimento $\langle c \rangle$ (asse ottico)



CASA

Pagina iniziale

Indice



Pagina 26 di 45

Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

3.2. Possibili rimedi

- nell'esempio mostrato in **figura 4**, il controllo tende a raggiungere la vista desiderata
facendo passare la telecamera per il **punto improprio dell'asse z** del sistema di riferimento $\langle c \rangle$ (asse ottico)
- ma, ovviamente, ciò non è possibile!



CASA

Pagina iniziale

Indice



Pagina 26 di 45

Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

3.2. Possibili rimedi

- nell'esempio mostrato in **figura 4**, il controllo tende a raggiungere la vista desiderata
facendo passare la telecamera per il **punto improprio dell'asse z** del sistema di riferimento $\langle c \rangle$ (asse ottico)
- ma, ovviamente, ciò non è possibile!
- basterebbe invece una semplice rotazione di $\pm\pi$ attorno all'asse ottico per raggiungere la vista desiderata ...



CASA

Pagina iniziale

Indice



Pagina 26 di 45

Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

3.2. Possibili rimedi

- nell'esempio mostrato in **figura 4**, il controllo tende a raggiungere la vista desiderata
facendo passare la telecamera per il **punto improprio dell'asse z** del sistema di riferimento $\langle c \rangle$ (asse ottico)
- ma, ovviamente, ciò non è possibile!
- basterebbe invece una semplice rotazione di $\pm\pi$ attorno all'asse ottico per raggiungere la vista desiderata ...
- ...ma allora, perchè non analizzare H ed estrarre di moto rigido che contiene e pianificare il moto in due passi?

3.2. Possibili rimedi

- nell'esempio mostrato in **figura 4**, il controllo tende a raggiungere la vista desiderata
facendo passare la telecamera per il **punto improprio dell'asse z** del sistema di riferimento $\langle c \rangle$ (asse ottico)
- ma, ovviamente, ciò non è possibile!
- basterebbe invece una semplice rotazione di $\pm\pi$ attorno all'asse ottico per raggiungere la vista desiderata ...
- ...ma allora, perchè non analizzare H ed estrarre di moto rigido che contiene e pianificare il moto in due passi?
 1. rototraslazione rigida nel piano immagine che porta la vista corrente "vicino" alla vista desiderata



CASA

Pagina iniziale

Indice



Pagina 26 di 45

Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

3.2. Possibili rimedi

- nell'esempio mostrato in **figura 4**, il controllo tende a raggiungere la vista desiderata
facendo passare la telecamera per il **punto improprio dell'asse z** del sistema di riferimento $\langle c \rangle$ (asse ottico)
- ma, ovviamente, ciò non è possibile!
- basterebbe invece una semplice rotazione di $\pm\pi$ attorno all'asse ottico per raggiungere la vista desiderata ...
- ...ma allora, perchè non analizzare H ed estrarre di moto rigido che contiene e pianificare il moto in due passi?
 1. rototraslazione rigida nel piano immagine che porta la vista corrente "vicino" alla vista desiderata
 2. aggiustamento della forma e delle dimensioni dell'oggetto



CASA

Pagina iniziale

Indice



Pagina 26 di 45

Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

- in termini di omografia, i passi prima visti comportano una scomposizione di H in due omografie successive come segue:

CASA

Pagina iniziale

Indice



Pagina 27 di 45

Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

- in termini di omografia, i passi prima visti comportano una scomposizione di H in due omografie successive come segue:

$$H = H'T \quad , \quad (29)$$

- in termini di omografia, i passi prima visti comportano una scomposizione di H in due omografie successive come segue:

$$H = H'T \quad , \quad (29)$$

dove T è una rotazione rigida attorno ad un punto del piano immagine (eventualmente improprio per includere anche le traslazioni pure) e

- in termini di omografia, i passi prima visti comportano una scomposizione di H in due omografie successive come segue:

$$H = H'T \quad , \quad (29)$$

dove T è una rotazione rigida attorno ad un punto del piano immagine (eventualmente improprio per includere anche le traslazioni pure) e

$$H' = HT^{-1} \quad (30)$$

CASA

Pagina iniziale

Indice

◀◀ ▶▶

◀ ▶

Pagina 27 di 45

Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

- in termini di omografia, i passi prima visti comportano una scomposizione di H in due omografie successive come segue:

$$H = H'T \quad , \quad (29)$$

dove T è una rotazione rigida attorno ad un punto del piano immagine (eventualmente improprio per includere anche le traslazioni pure) e

$$H' = HT^{-1} \quad (30)$$

è il “residuo” di omografia necessario per portare la vista ottenuta per rototraslazione rigida su quella desiderata finale.

CASA

Pagina iniziale

Indice

◀◀ ▶▶

◀ ▶

Pagina 27 di 45

Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

- in termini di omografia, i passi prima visti comportano una scomposizione di H in due omografie successive come segue:

$$H = H'T \quad , \quad (29)$$

dove T è una rotazione rigida attorno ad un punto del piano immagine (eventualmente improprio per includere anche le traslazioni pure) e

$$H' = HT^{-1} \quad (30)$$

è il “residuo” di omografia necessario per portare la vista ottenuta per rototraslazione rigida su quella desiderata finale.

- dopo aver scomposto H in H' e T , si può operare come segue:

CASA

Pagina iniziale

Indice

◀◀ ▶▶

◀ ▶

Pagina 27 di 45

Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

- in termini di omografia, i passi prima visti comportano una scomposizione di H in due omografie successive come segue:

$$H = H'T \quad , \quad (29)$$

dove T è una rotazione rigida attorno ad un punto del piano immagine (eventualmente improprio per includere anche le traslazioni pure) e

$$H' = HT^{-1} \quad (30)$$

è il “residuo” di omografia necessario per portare la vista ottenuta per rototraslazione rigida su quella desiderata finale.

- dopo aver scomposto H in H' e T , si può operare come segue:
 1. si definisce un parametro di percorso s , $0 \leq s \leq 1$

CASA

Pagina iniziale

Indice

◀◀ ▶▶

◀ ▶

Pagina 27 di 45

Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

- in termini di omografia, i passi prima visti comportano una scomposizione di H in due omografie successive come segue:

$$H = H'T \quad , \quad (29)$$

dove T è una rotazione rigida attorno ad un punto del piano immagine (eventualmente improprio per includere anche le traslazioni pure) e

$$H' = HT^{-1} \quad (30)$$

è il “residuo” di omografia necessario per portare la vista ottenuta per rototraslazione rigida su quella desiderata finale.

- dopo aver scomposto H in H' e T , si può operare come segue:
 1. si definisce un parametro di percorso s , $0 \leq s \leq 1$
 2. si genera una successione di rototraslazioni rigide $T_s(s)$ tale che $T_s(0) = I$ e $T_s(1) = T$

CASA

Pagina iniziale

Indice



Pagina 27 di 45

Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

- in termini di omografia, i passi prima visti comportano una scomposizione di H in due omografie successive come segue:

$$H = H'T \quad , \quad (29)$$

dove T è una rotazione rigida attorno ad un punto del piano immagine (eventualmente improprio per includere anche le traslazioni pure) e

$$H' = HT^{-1} \quad (30)$$

è il “residuo” di omografia necessario per portare la vista ottenuta per rototraslazione rigida su quella desiderata finale.

- dopo aver scomposto H in H' e T , si può operare come segue:
 1. si definisce un parametro di percorso s , $0 \leq s \leq 1$
 2. si genera una successione di rototraslazioni rigide $T_s(s)$ tale che $T_s(0) = I$ e $T_s(1) = T$
 3. si genera una successione omografie $H'_s(s)$ tale che $H'_s(0) = I$ e $H'_s(1) = H'$

CASA

Pagina iniziale

Indice



Pagina 27 di 45

Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

- in termini di omografia, i passi prima visti comportano una scomposizione di H in due omografie successive come segue:

$$H = H'T \quad , \quad (29)$$

dove T è una rotazione rigida attorno ad un punto del piano immagine (eventualmente improprio per includere anche le traslazioni pure) e

$$H' = HT^{-1} \quad (30)$$

è il “residuo” di omografia necessario per portare la vista ottenuta per rototraslazione rigida su quella desiderata finale.

- dopo aver scomposto H in H' e T , si può operare come segue:
 1. si definisce un parametro di percorso s , $0 \leq s \leq 1$
 2. si genera una successione di rototraslazioni rigide $T_s(s)$ tale che $T_s(0) = I$ e $T_s(1) = T$
 3. si genera una successione omografie $H'_s(s)$ tale che $H'_s(0) = I$ e $H'_s(1) = H'$
 4. si pianifica ed esegue un primo movimento parametrizzato in s che rototrasli l'immagine tramite $T_s(s)$

CASA

Pagina iniziale

Indice

◀ ▶

◀ ▶

Pagina 27 di 45

Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

- in termini di omografia, i passi prima visti comportano una scomposizione di H in due omografie successive come segue:

$$H = H'T \quad , \quad (29)$$

dove T è una rotazione rigida attorno ad un punto del piano immagine (eventualmente improprio per includere anche le traslazioni pure) e

$$H' = HT^{-1} \quad (30)$$

è il “residuo” di omografia necessario per portare la vista ottenuta per rototraslazione rigida su quella desiderata finale.

- dopo aver scomposto H in H' e T , si può operare come segue:
 1. si definisce un parametro di percorso s , $0 \leq s \leq 1$
 2. si genera una successione di rototraslazioni rigide $T_s(s)$ tale che $T_s(0) = I$ e $T_s(1) = T$
 3. si genera una successione omografie $H'_s(s)$ tale che $H'_s(0) = I$ e $H'_s(1) = H'$
 4. si pianifica ed esegue un primo movimento parametrizzato in s che rototrasli l'immagine tramite $T_s(s)$
 5. si pianifica ed esegue un secondo movimento (sempre parametrizzato in s) che aggiusti forma e dimensioni dell'oggetto tramite $H'_s(s)$

CASA

Pagina iniziale

Indice

◀ ▶

◀ ▶

Pagina 27 di 45

Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

Rimedi ai problemi di singolarità



CASA

Pagina iniziale

Indice



Pagina 28 di 45

Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

Rimedi ai problemi di singolarità

- **video** di un esempio di rototraslazione rigida nel piano immagine

CASA

Pagina iniziale

Indice



Pagina 28 di 45

Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

Rimedi ai problemi di singolarità

- **video** di un esempio di rototraslazione rigida nel piano immagine
- **video** di un esempio più generale con rototraslazione e cambio di dimensioni

CASA

Pagina iniziale

Indice



Pagina 28 di 45

Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

Rimedi ai problemi di singolarità

- **video** di un esempio di rototraslazione rigida nel piano immagine
- **video** di un esempio più generale con rototraslazione e cambio di dimensioni

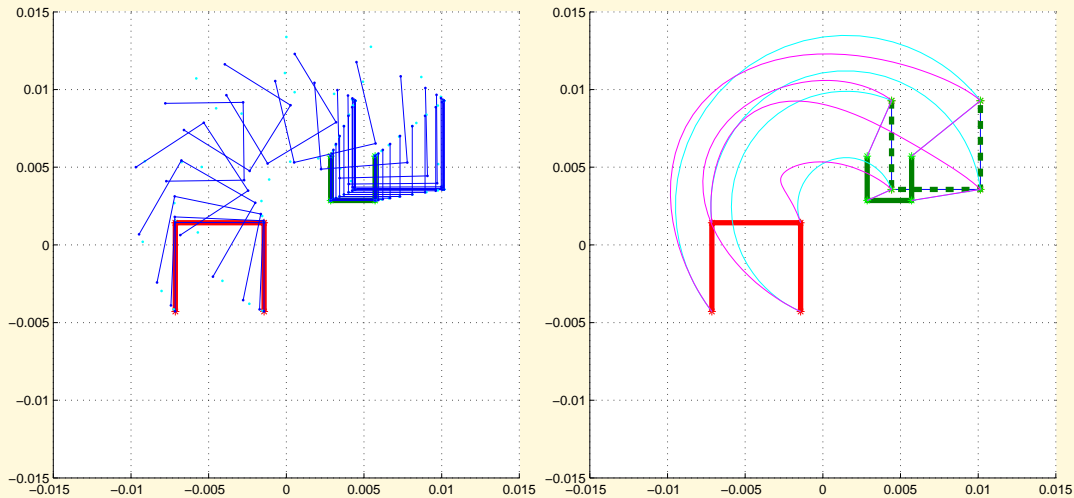


Figura 7: Come evitare le singolarità

- eventualmente i due passi di pianificazione definiti dalla (29) potrebbero essere contemporanei:

CASA

Pagina iniziale

Indice



Pagina 29 di 45

Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

- eventualmente i due passi di pianificazione definiti dalla (29) potrebbero essere contemporanei:
- dopo aver scomposto H in H' e T :
 1. si definisce un parametro di percorso s , $0 \leq s \leq 1$
 2. si genera una successione di rototraslazioni rigide $T_s(s)$ tale che $T_s(0) = I$ e $T_s(1) = T$
 3. si genera una successione omografie $H'_s(s)$ tale che $H'_s(0) = I$ e $H'_s(1) = H'$

CASA

Pagina iniziale

Indice

◀▶

◀▶

Pagina 29 di 45

Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

- eventualmente i due passi di pianificazione definiti dalla (29) potrebbero essere contemporanei:
- dopo aver scomposto H in H' e T :
 1. si definisce un parametro di percorso s , $0 \leq s \leq 1$
 2. si genera una successione di rototraslazioni rigide $T_s(s)$ tale che $T_s(0) = I$ e $T_s(1) = T$
 3. si genera una successione omografie $H'_s(s)$ tale che $H'_s(0) = I$ e $H'_s(1) = H'$
 4. si costruisce una successione di viste desiderate utilizzando l'omografia (parametrizzata in s) $H_s(s)$:

CASA

Pagina iniziale

Indice

◀◀ ▶▶

◀ ▶

Pagina 29 di 45

Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

- eventualmente i due passi di pianificazione definiti dalla (29) potrebbero essere contemporanei:
- dopo aver scomposto H in H' e T :
 1. si definisce un parametro di percorso s , $0 \leq s \leq 1$
 2. si genera una successione di rototraslazioni rigide $T_s(s)$ tale che $T_s(0) = I$ e $T_s(1) = T$
 3. si genera una successione omografie $H'_s(s)$ tale che $H'_s(0) = I$ e $H'_s(1) = H'$
 4. si costruisce una successione di viste desiderate utilizzando l'omografia (parametrizzata in s) $H_s(s)$:

$$H_s(s) = H'_s(s)T_s(s) \quad (31)$$

CASA

Pagina iniziale

Indice

◀ ▶

◀ ▶

Pagina 29 di 45

Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

- eventualmente i due passi di pianificazione definiti dalla (29) potrebbero essere contemporanei:
- dopo aver scomposto H in H' e T :
 1. si definisce un parametro di percorso s , $0 \leq s \leq 1$
 2. si genera una successione di rototraslazioni rigide $T_s(s)$ tale che $T_s(0) = I$ e $T_s(1) = T$
 3. si genera una successione omografie $H'_s(s)$ tale che $H'_s(0) = I$ e $H'_s(1) = H'$
 4. si costruisce una successione di viste desiderate utilizzando l'omografia (parametrizzata in s) $H_s(s)$:

$$H_s(s) = H'_s(s)T_s(s) \quad (31)$$

- per $H_s(s)$ vale ovviamente che $H_s(0) = I$ e $H_s(1) = H$

CASA

Pagina iniziale

Indice

◀ ▶

◀ ▶

Pagina 29 di 45

Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

3.3. Il problema della singolarità ... risolto?



CASA

Pagina iniziale

Indice



Pagina 30 di 45

Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

3.3. Il problema della singolarità ... risolto?

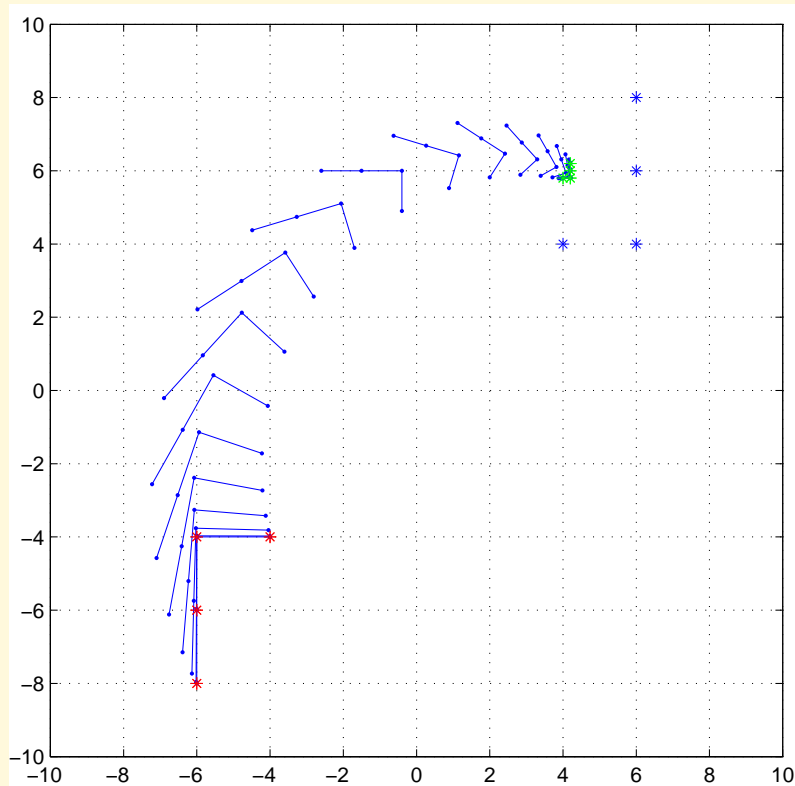


Figura 8: Pianificazione nel piano immagine.

CASA

Pagina iniziale

Indice



Pagina 30 di 45

Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

Un esempio di applicazione del metodo proposto



CASA

Pagina iniziale

Indice



Pagina 31 di 45

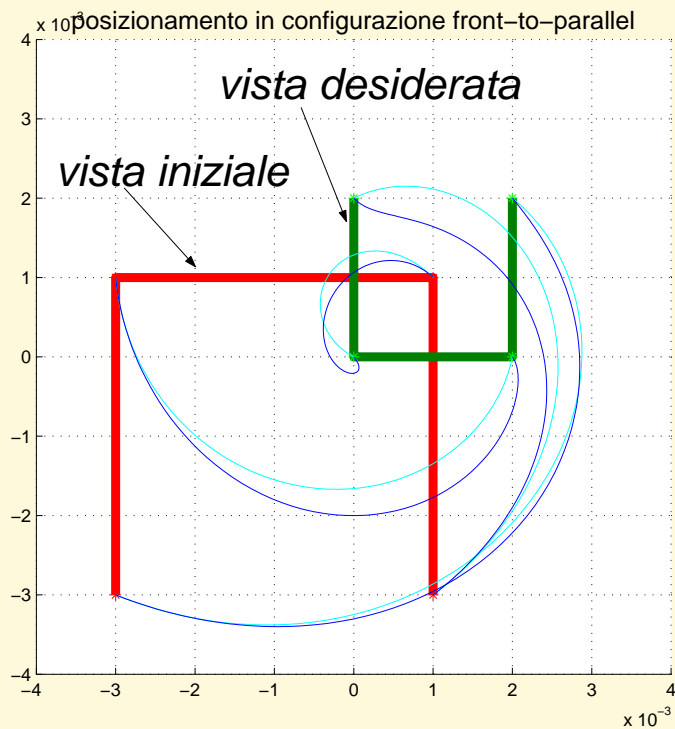
Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

Un esempio di applicazione del metodo proposto



in celeste le traiettorie desiderate dei 4 punti utilizzati ed in blu le traiettorie effettive.

Figura 9: Rotazione desiderata di π attorno all'asse ottico

CASA

Pagina iniziale

Indice



Pagina 31 di 45

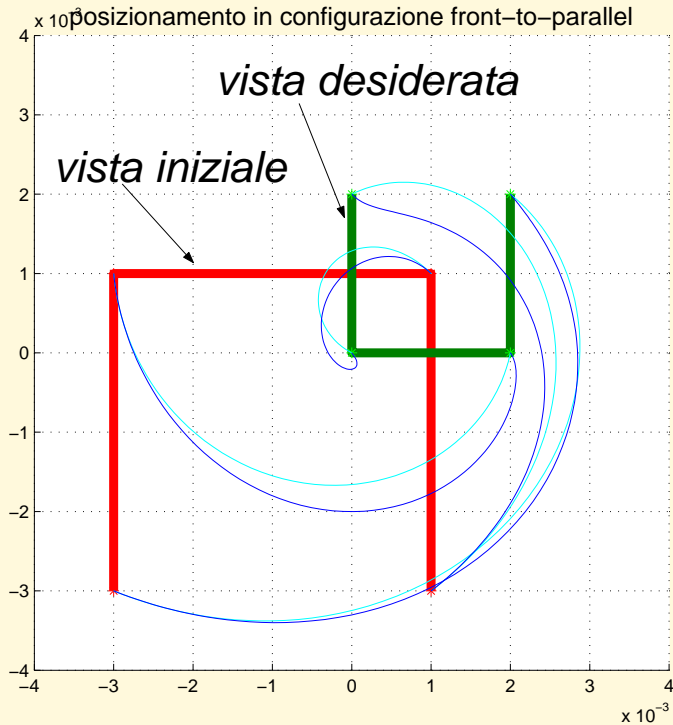
Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

Un esempio di applicazione del metodo proposto



in celeste le traiettorie desiderate dei 4 punti utilizzati ed in blu le traiettorie effettive.

Figura 9: Rotazione desiderata di π attorno all'asse ottico

- può essere una buona idea, ma ci torneremo su dopo aver parlato del problema dei **minimi locali**

CASA

Pagina iniziale

Indice

◀ ▶

◀ ▶

Pagina 31 di 45

Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

3.4. Sull'esistenza di minimi locali



CASA

Pagina iniziale

Indice



Pagina 32 di 45

Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

3.4. Sull'esistenza di minimi locali

- dato che il vettore di stato scelto ha dimensione $2n$, $n > 3$, lo jacobiano immagine J , in configurazioni non singolari, ha rango pari a 6 mentre la dimensione di $\mathcal{N}(J^T)$ è pari $2n - 6$



CASA

Pagina iniziale

Indice



Pagina 32 di 45

Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

3.4. Sull'esistenza di minimi locali

- dato che il vettore di stato scelto ha dimensione $2n$, $n > 3$, lo jacobiano immagine J , in configurazioni non singolari, ha rango pari a 6 mentre la dimensione di $\mathcal{N}(J^T)$ è pari $2n - 6$
- in singolarità, la dimensione di $\mathcal{N}(J^T)$ aumenta ovviamente in misura pari alla perdita di rango di J , essendo:

$$\text{Dim}(\mathcal{R}(J)) + \text{Dim}(\mathcal{N}(J^T)) = 2n \quad . \quad (32)$$

3.4. Sull'esistenza di minimi locali

- dato che il vettore di stato scelto ha dimensione $2n$, $n > 3$, lo jacobiano immagine J , in configurazioni non singolari, ha rango pari a 6 mentre la dimensione di $\mathcal{N}(J^T)$ è pari $2n - 6$
- in singolarità, la dimensione di $\mathcal{N}(J^T)$ aumenta ovviamente in misura pari alla perdita di rango di J , essendo:

$$\text{Dim}(\mathcal{R}(J)) + \text{Dim}(\mathcal{N}(J^T)) = 2n \quad . \quad (32)$$

- vari autori, tra cui [Chaumette 1998], si sono posti il problema dell'esistenza di **minimi locali**, ovvero configurazioni in cui l'errore nel piano immagine $\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{x}^{(d)} - \mathbf{x}$ sia non nullo, ma appartenga a $\mathcal{N}(J^T)$, **nonostante J sia a rango pieno, ovvero $\text{rank}(J) = 6$**

3.4. Sull'esistenza di minimi locali

- dato che il vettore di stato scelto ha dimensione $2n$, $n > 3$, lo jacobiano immagine J , in configurazioni non singolari, ha rango pari a 6 mentre la dimensione di $\mathcal{N}(J^T)$ è pari $2n - 6$
- in singolarità, la dimensione di $\mathcal{N}(J^T)$ aumenta ovviamente in misura pari alla perdita di rango di J , essendo:

$$\text{Dim}(\mathcal{R}(J)) + \text{Dim}(\mathcal{N}(J^T)) = 2n \quad . \quad (32)$$

- vari autori, tra cui [Chaumette 1998], si sono posti il problema dell'esistenza di **minimi locali**, ovvero configurazioni in cui l'errore nel piano immagine $\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{x}^{(d)} - \mathbf{x}$ sia non nullo, ma appartenga a $\mathcal{N}(J^T)$, **nonostante J sia a rango pieno, ovvero $\text{rank}(J) = 6$**
- questa sarebbe una condizione di equilibrio **diversa da quella desiderata** per il sistema controllato sfruttando J^\dagger in quanto:

$$\tilde{\mathbf{x}} \in \mathcal{N}(J^T) \implies \tilde{\mathbf{x}} \in \mathcal{N}(J^\dagger) \quad , \quad (33)$$

3.4. Sull'esistenza di minimi locali

- dato che il vettore di stato scelto ha dimensione $2n$, $n > 3$, lo jacobiano immagine J , in configurazioni non singolari, ha rango pari a 6 mentre la dimensione di $\mathcal{N}(J^T)$ è pari $2n - 6$
- in singolarità, la dimensione di $\mathcal{N}(J^T)$ aumenta ovviamente in misura pari alla perdita di rango di J , essendo:

$$\text{Dim}(\mathcal{R}(J)) + \text{Dim}(\mathcal{N}(J^T)) = 2n \quad . \quad (32)$$

- vari autori, tra cui [Chaumette 1998], si sono posti il problema dell'esistenza di **minimi locali**, ovvero configurazioni in cui l'errore nel piano immagine $\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{x}^{(d)} - \mathbf{x}$ sia non nullo, ma appartenga a $\mathcal{N}(J^T)$, **nonostante J sia a rango pieno, ovvero $\text{rank}(J) = 6$**
- questa sarebbe una condizione di equilibrio **diversa da quella desiderata** per il sistema controllato sfruttando J^\dagger in quanto:

$$\tilde{\mathbf{x}} \in \mathcal{N}(J^T) \implies \tilde{\mathbf{x}} \in \mathcal{N}(J^\dagger) \quad , \quad (33)$$

quindi il twist screw di controllo varrebbe:

$$\mathbf{u} = kJ^\dagger \tilde{\mathbf{x}} = 0 \quad (34)$$

3.4. Sull'esistenza di minimi locali

- dato che il vettore di stato scelto ha dimensione $2n$, $n > 3$, lo jacobiano immagine J , in configurazioni non singolari, ha rango pari a 6 mentre la dimensione di $\mathcal{N}(J^T)$ è pari $2n - 6$
- in singolarità, la dimensione di $\mathcal{N}(J^T)$ aumenta ovviamente in misura pari alla perdita di rango di J , essendo:

$$\text{Dim}(\mathcal{R}(J)) + \text{Dim}(\mathcal{N}(J^T)) = 2n \quad . \quad (32)$$

- vari autori, tra cui [Chaumette 1998], si sono posti il problema dell'esistenza di **minimi locali**, ovvero configurazioni in cui l'errore nel piano immagine $\tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{x}^{(d)} - \mathbf{x}$ sia non nullo, ma appartenga a $\mathcal{N}(J^T)$, **nonostante J sia a rango pieno, ovvero $\text{rank}(J) = 6$**
- questa sarebbe una condizione di equilibrio **diversa da quella desiderata** per il sistema controllato sfruttando J^\dagger in quanto:

$$\tilde{\mathbf{x}} \in \mathcal{N}(J^T) \implies \tilde{\mathbf{x}} \in \mathcal{N}(J^\dagger) \quad , \quad (33)$$

quindi il twist screw di controllo varrebbe:

$$\mathbf{u} = kJ^\dagger \tilde{\mathbf{x}} = 0 \quad (34)$$

e la telecamera si arresterebbe in una posa **diversa da quella desiderata**.

Sull'esistenza di minimi locali



CASA

Pagina iniziale

Indice



Pagina 33 di 45

Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

Sull'esistenza di minimi locali

- purtroppo simili configurazioni rappresentano dei minimi locali per la legge di controllo (24):



CASA

Pagina iniziale

Indice



Pagina 33 di 45

Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

Sull'esistenza di minimi locali

- purtroppo simili configurazioni rappresentano dei minimi locali per la legge di controllo (24):
- (clicca per lanciare il video)



CASA

Pagina iniziale

Indice



Pagina 33 di 45

Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

Sull'esistenza di minimi locali

- purtroppo simili configurazioni rappresentano dei minimi locali per la legge di controllo (24):
- (clicca per lanciare il video)

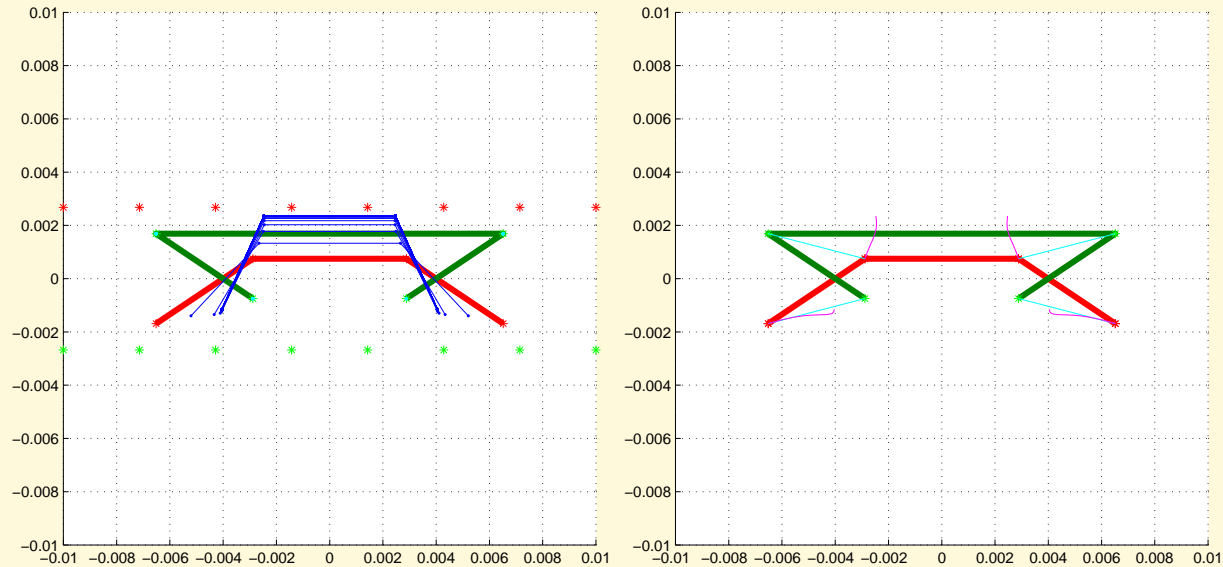


Figura 10: Stallo in un minimo locale

Quando capita?



CASA

Pagina iniziale

Indice



Pagina 34 di 45

Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

Quando capita?

- quella mostrata in **figura 10** è una situazione in cui il sistema converge verso un punto d'equilibrio diverso dalla vista desiderata ed in cui J è a rango pieno

Quando capita?

- quella mostrata in **figura 10** è una situazione in cui il sistema converge verso un punto d'equilibrio diverso dalla vista desiderata ed in cui J è a rango pieno
- con riferimento al caso di 4 punti vertici di un quadrato:

Quando capita?

- quella mostrata in **figura 10** è una situazione in cui il sistema converge verso un punto d'equilibrio diverso dalla vista desiderata ed in cui J è a rango pieno
- con riferimento al caso di 4 punti vertici di un quadrato:
*situazioni come quella mostrata in **figura 10** si verificano quando uno (o entrambi) dei punti di fuga della vista corrente deve migrare verso la retta impropria per poi ritornare verso il lato opposto dell'oggetto*

Quando capita?

- quella mostrata in **figura 10** è una situazione in cui il sistema converge verso un punto d'equilibrio diverso dalla vista desiderata ed in cui J è a rango pieno
- con riferimento al caso di 4 punti vertici di un quadrato:
*situazioni come quella mostrata in **figura 10** si verificano quando uno (o entrambi) dei punti di fuga della vista corrente deve migrare verso la retta impropria per poi ritornare verso il lato opposto dell'oggetto*
- più in generale si può affermare che:

Quando capita?

- quella mostrata in **figura 10** è una situazione in cui il sistema converge verso un punto d'equilibrio diverso dalla vista desiderata ed in cui J è a rango pieno
- con riferimento al caso di 4 punti vertici di un quadrato:
*situazioni come quella mostrata in **figura 10** si verificano quando uno (o entrambi) dei punti di fuga della vista corrente deve migrare verso la retta impropria per poi ritornare verso il lato opposto dell'oggetto*
- più in generale si può affermare che:
se durante il posizionamento la "vanishing line" (linea su cui si trovano i punti di fuga) della vista corrente deve migrare verso la retta impropria per poi ritornare al finito verso l'oggetto, è abbastanza probabile che il sistema si arresti in un minimo locale

Quando capita?

- quella mostrata in **figura 10** è una situazione in cui il sistema converge verso un punto d'equilibrio diverso dalla vista desiderata ed in cui J è a rango pieno
- con riferimento al caso di 4 punti vertici di un quadrato:
*situazioni come quella mostrata in **figura 10** si verificano quando uno (o entrambi) dei punti di fuga della vista corrente deve migrare verso la retta impropria per poi ritornare verso il lato opposto dell'oggetto*
- più in generale si può affermare che:
se durante il posizionamento la “vanishing line” (linea su cui si trovano i punti di fuga) della vista corrente deve migrare verso la retta impropria per poi ritornare al finito verso l'oggetto, è abbastanza probabile che il sistema si arresti in un minimo locale
- inoltre:

Quando capita?

- quella mostrata in **figura 10** è una situazione in cui il sistema converge verso un punto d'equilibrio diverso dalla vista desiderata ed in cui J è a rango pieno
- con riferimento al caso di 4 punti vertici di un quadrato:
situazioni come quella mostrata in figura 10 si verificano quando uno (o entrambi) dei punti di fuga della vista corrente deve migrare verso la retta impropria per poi ritornare verso il lato opposto dell'oggetto
- più in generale si può affermare che:
se durante il posizionamento la "vanishing line" (linea su cui si trovano i punti di fuga) della vista corrente deve migrare verso la retta impropria per poi ritornare al finito verso l'oggetto, è abbastanza probabile che il sistema si arresti in un minimo locale
- inoltre:
il rischio di incorrere in un minimo locale aumenta tanto più quanto più vicine sono le vanishing line iniziale e desiderata alle rispettive viste

3.5. Rimedi ai problemi di convergenza



CASA

Pagina iniziale

Indice



Pagina 35 di 45

Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

3.5. Rimedi ai problemi di convergenza

- i risultati enunciati sono congetture non ancora formalizzate



CASA

Pagina iniziale

Indice



Pagina 35 di 45

Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

3.5. Rimedi ai problemi di convergenza

- i risultati enunciati sono congetture non ancora formalizzate
- sembra comunque che:



CASA

Pagina iniziale

Indice



Pagina 35 di 45

Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

3.5. Rimedi ai problemi di convergenza

- i risultati enunciati sono congetture non ancora formalizzate
- sembra comunque che:

una buona strategia per evitare i minimi locali una volta rilevato il rischio tramite l'individuazione della vanishing line iniziale e quella finale, sia quella di fare una pianificazione che preveda un via-point intermedio in cui l'immagine venga "metricamente rettificata"



CASA

Pagina iniziale

Indice



Pagina 35 di 45

Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

3.5. Rimedi ai problemi di convergenza

- i risultati enunciati sono congetture non ancora formalizzate
- sembra comunque che:

una buona strategia per evitare i minimi locali una volta rilevato il rischio tramite l'individuazione della vanishing line iniziale e quella finale, sia quella di fare una pianificazione che preveda un via-point intermedio in cui l'immagine venga "metricamente rettificata"

o, in altri termini, venga forzata la migrazione intermedia della vanishing line verso la retta impropria del piano immagine

3.5. Rimedi ai problemi di convergenza

- i risultati enunciati sono congetture non ancora formalizzate

- sembra comunque che:

una buona strategia per evitare i minimi locali una volta rilevato il rischio tramite l'individuazione della vanishing line iniziale e quella finale, sia quella di fare una pianificazione che preveda un via-point intermedio in cui l'immagine venga "metricamente rettificata"

o, in altri termini, venga forzata la migrazione intermedia della vanishing line verso la retta impropria del piano immagine

- (clicca per lanciare il video)



CASA

Pagina iniziale

Indice



Pagina 35 di 45

Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

3.5. Rimedi ai problemi di convergenza

- i risultati enunciati sono congetture non ancora formalizzate

- sembra comunque che:

una buona strategia per evitare i minimi locali una volta rilevato il rischio tramite l'individuazione della vanishing line iniziale e quella finale, sia quella di fare una pianificazione che preveda un via-point intermedio in cui l'immagine venga "metricamente rettificata"

o, in altri termini, venga forzata la migrazione intermedia della vanishing line verso la retta impropria del piano immagine

- (clicca per lanciare il video)

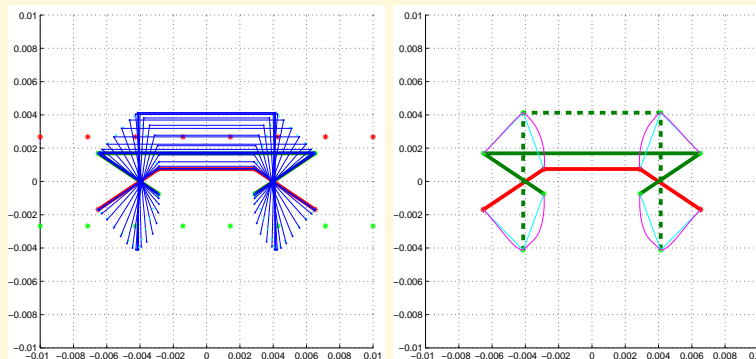


Figura 11: Migrazione forzata della vanishing verso la retta impropria per evitare di incorrere in un minimo locale

Altri esempi



CASA

Pagina iniziale

Indice



Pagina 36 di 45

Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

Altri esempi

- (clicca per lanciare il video)



CASA

Pagina iniziale

Indice



Pagina 36 di 45

Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

Altri esempi

- (clicca per lanciare il video)

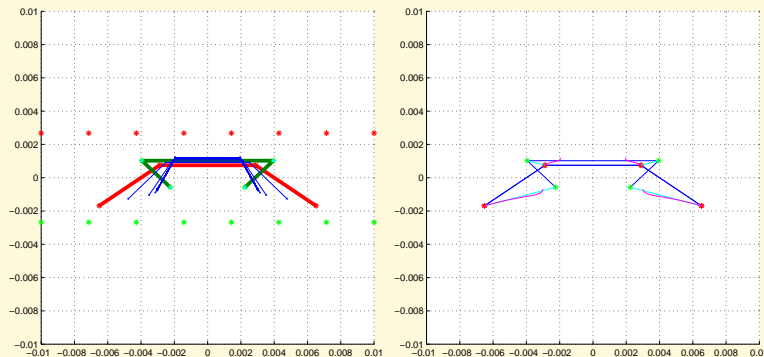


Figura 12: Un altro esempio di stallo

CASA

Pagina iniziale

Indice



Pagina 36 di 45

Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

Altri esempi

- (clicca per lanciare il video)

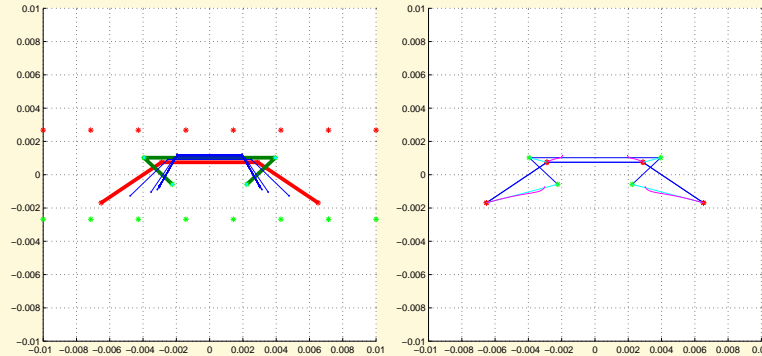


Figura 12: Un altro esempio di stallo

- (clicca per lanciare il video)

Altri esempi

- (clicca per lanciare il video)

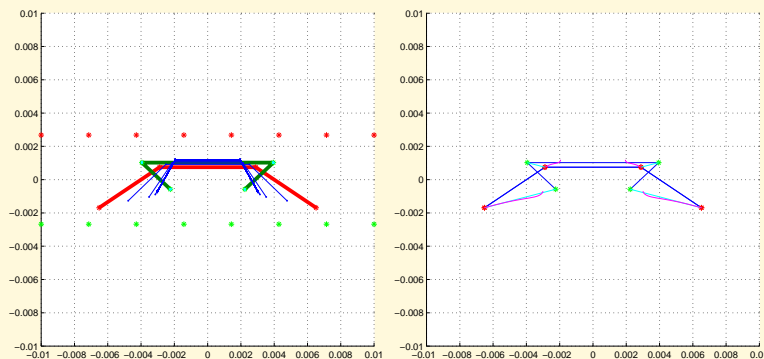


Figura 12: Un altro esempio di stallo

- (clicca per lanciare il video)

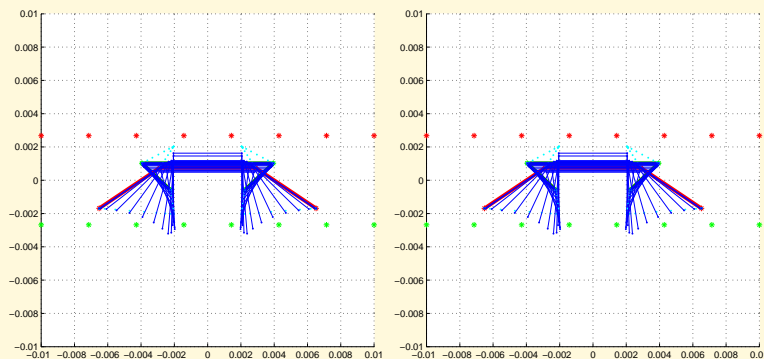


Figura 13: Migrazione forzata della vanishing verso la retta impropria per evitare di incorrere in un minimo locale

4. Un metodo per risolvere i problemi di singolarità e convergenza

4.1. Motivazione



CASA

Pagina iniziale

Indice



Pagina 37 di 45

Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

4. Un metodo per risolvere i problemi di singolarità e convergenza

4.1. Motivazione

Viene adesso proposto un metodo di pianificazione in tre passi mirato ad evitare le singolarità di J ed i minimi locali durante un compito di posizionamento



CASA

Pagina iniziale

Indice



Pagina 37 di 45

Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

4. Un metodo per risolvere i problemi di singolarità e convergenza

4.1. Motivazione

Viene adesso proposto un metodo di pianificazione in tre passi mirato ad evitare le singolarità di J ed i minimi locali durante un compito di posizionamento

- come visto nel paragrafo 3.2, la scomposizione dell'omografia H in una parte di moto rigido nel piano immagine e una parte residua H' , permette di evitare il problema delle singolarità legate all'allontamento indefinito della telecamera dall'oggetto

4. Un metodo per risolvere i problemi di singolarità e convergenza

4.1. Motivazione

Viene adesso proposto un metodo di pianificazione in tre passi mirato ad evitare le singolarità di J ed i minimi locali durante un compito di posizionamento

- come visto nel paragrafo 3.2, la scomposizione dell'omografia H in una parte di moto rigido nel piano immagine e una parte residua H' , permette di evitare il problema delle singolarità legate all'allontamento indefinito della telecamera dall'oggetto
- nel paragrafo 3.5 abbiamo invece visto che una pianificazione che preveda un via-point intermedio con rettificazione metrica dell'oggetto permette di evitare i minimi locali

4. Un metodo per risolvere i problemi di singolarità e convergenza

4.1. Motivazione

Viene adesso proposto un metodo di pianificazione in tre passi mirato ad evitare le singolarità di J ed i minimi locali durante un compito di posizionamento

- come visto nel paragrafo 3.2, la scomposizione dell'omografia H in una parte di moto rigido nel piano immagine e una parte residua H' , permette di evitare il problema delle singolarità legate all'allontamento indefinito della telecamera dall'oggetto
- nel paragrafo 3.5 abbiamo invece visto che una pianificazione che preveda un via-point intermedio con rettificazione metrica dell'oggetto permette di evitare i minimi locali
- una soluzione ad ambedue i problemi può essere una pianificazione in tre passi (con due via-point intermedi)

4.2. Descrizione del metodo



CASA

Pagina iniziale

Indice



Pagina 38 di 45

Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

4.2. Descrizione del metodo

- Prima di iniziare la descrizione del metodo, facciamo la convenzione di impilare le coordinate omogenee dei punti dell'oggetto in una matrice $X \in \mathbb{R}^{3 \times n}$, come segue:

$$X = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_n \\ y_1 & y_2 & \dots & y_n \\ w_1 & w_2 & \dots & w_n \end{bmatrix} \quad (35)$$

4.2. Descrizione del metodo

- Prima di iniziare la descrizione del metodo, facciamo la convenzione di impilare le coordinate omogenee dei punti dell'oggetto in una matrice $X \in \mathbb{R}^{3 \times n}$, come segue:

$$X = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_n \\ y_1 & y_2 & \dots & y_n \\ w_1 & w_2 & \dots & w_n \end{bmatrix} \quad (35)$$

- primo passo:

4.2. Descrizione del metodo

- Prima di iniziare la descrizione del metodo, facciamo la convenzione di impilare le coordinate omogenee dei punti dell'oggetto in una matrice $X \in \mathbb{R}^{3 \times n}$, come segue:

$$X = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_n \\ y_1 & y_2 & \dots & y_n \\ w_1 & w_2 & \dots & w_n \end{bmatrix} \quad (35)$$

- **primo passo:**

moto rigido che porta la vista iniziale $X^{(0)}$ “vicino” alla vista finale $X^{(d)}$ attraverso una rotazione rigida attorno ad un punto (eventualmente improprio per includere anche le traslazioni pure);

4.2. Descrizione del metodo

- Prima di iniziare la descrizione del metodo, facciamo la convenzione di impilare le coordinate omogenee dei punti dell'oggetto in una matrice $X \in \mathbb{R}^{3 \times n}$, come segue:

$$X = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_n \\ y_1 & y_2 & \dots & y_n \\ w_1 & w_2 & \dots & w_n \end{bmatrix} \quad (35)$$

- **primo passo:**

moto rigido che porta la vista iniziale $X^{(0)}$ “vicino” alla vista finale $X^{(d)}$ attraverso una rotazione rigida attorno ad un punto (eventualmente improprio per includere anche le traslazioni pure);

diremo X_T questa nuova vista rototraslata

4.2. Descrizione del metodo

- Prima di iniziare la descrizione del metodo, facciamo la convenzione di impilare le coordinate omogenee dei punti dell'oggetto in una matrice $X \in \mathbb{R}^{3 \times n}$, come segue:

$$X = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \dots & x_n \\ y_1 & y_2 & \dots & y_n \\ w_1 & w_2 & \dots & w_n \end{bmatrix} \quad (35)$$

- **primo passo:**

moto rigido che porta la vista iniziale $X^{(0)}$ "vicino" alla vista finale $X^{(d)}$ attraverso una rotazione rigida attorno ad un punto (eventualmente improprio per includere anche le traslazioni pure);

diremo X_T questa nuova vista rototraslata

risulta:

$$X_T = T X^{(0)} \quad (36)$$

$$H = H' T \quad (37)$$

$$H' = H T^{-1} \quad (38)$$

- secondo passo:



CASA

Pagina iniziale

Indice



Pagina 39 di 45

Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

- **secondo passo:**

rettificazione metrica² che modifica X_T fino ad ottenere una vista fronto-parallel dell'oggetto;

CASA

Pagina iniziale

Indice



Pagina 39 di 45

Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

²una rettificazione metrica si ottiene dalla composizione di una trasformazione che porta la vanishing line sulla retta impropria e di una trasformazione affine che ristabilisce le proporzioni dell'oggetto

- **secondo passo:**

rettificazione metrica² che modifica X_T fino ad ottenere una vista fronto-parallel dell'oggetto;

diremo x_{rect} la vista metricamente rettificata ottenuta

CASA

Pagina iniziale

Indice



Pagina 39 di 45

Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

²una rettificazione metrica si ottiene dalla composizione di una trasformazione che porta la vanishing line sulla retta impropria e di una trasformazione affine che ristabilisce le proporzioni dell'oggetto

- **secondo passo:**

rettificazione metrica² che modifica X_T fino ad ottenere una vista fronto-parallel dell'oggetto;

diremo x_{rect} la vista metricamente rettificata ottenuta

risulta:

$$X_{rect} = H^{rect} X_T = H^{rect} T X^{(0)} \quad (39)$$

$$H' = H'' H^{rect} \quad (40)$$

$$H'' = H' H^{rect^{-1}} \quad (41)$$

$$H = H'' H^{rect} T \quad (42)$$

²una rettificazione metrica si ottiene dalla composizione di una trasformazione che porta la vanishing line sulla retta impropria e di una trasformazione affine che ristabilisce le proporzioni dell'oggetto

CASA

Pagina iniziale

Indice

◀◀ ▶▶

◀ ▶

Pagina 39 di 45

Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

- terzo e ultimo passo:



CASA

Pagina iniziale

Indice



Pagina 40 di 45

Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

- terzo e ultimo passo:

applicazione dell'omografia residua H'' a X_{rect} fino ad ottenere la vista desiderata $X^{(d)}$



CASA

Pagina iniziale

Indice



Pagina 40 di 45

Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

- terzo e ultimo passo:

applicazione dell'omografia residua H'' a X_{rect} fino ad ottenere la vista desiderata $X^{(d)}$

risulta:

$$X^{(d)} = H'' X_{rect} = \underbrace{H'' H^{rect}}_{H'} X_T = \underbrace{H'' H^{rect} T}_H X^{(0)} \quad (43)$$

- descriveremo adesso la procedura operativa che mette in pratica il metodo proposto

CASA

Pagina iniziale

Indice

◀ ▶

◀ ▶

Pagina 40 di 45

Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

4.3. Procedura operativa



CASA

Pagina iniziale

Indice



Pagina 41 di 45

Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

4.3. Procedura operativa

1. calcolo dell'omografia H tale che $X^{(d)} = H X^{(0)}$



CASA

Pagina iniziale

Indice



Pagina 41 di 45

Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

4.3. Procedura operativa

1. calcolo dell'omografia H tale che $X^{(d)} = H X^{(0)}$
2. calcolo della rototraslazione rigida T

CASA

Pagina iniziale

Indice



Pagina 41 di 45

Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

4.3. Procedura operativa

1. calcolo dell'omografia H tale che $X^{(d)} = H X^{(0)}$
2. calcolo della rototraslazione rigida T
3. calcolo del residuo $H' = H T^{-1}$

4.3. Procedura operativa

1. calcolo dell'omografia H tale che $X^{(d)} = H X^{(0)}$
2. calcolo della rototraslazione rigida T
3. calcolo del residuo $H' = H T^{-1}$
4. calcolo della rettificazione metrica H^{rect}

4.3. Procedura operativa

1. calcolo dell'omografia H tale che $X^{(d)} = H X^{(0)}$
2. calcolo della rototraslazione rigida T
3. calcolo del residuo $H' = H T^{-1}$
4. calcolo della rettificazione metrica H^{rect}
5. calcolo del residuo $H'' = H' H^{rect^{-1}}$

4.3. Procedura operativa

1. calcolo dell'omografia H tale che $X^{(d)} = H X^{(0)}$
2. calcolo della rototraslazione rigida T
3. calcolo del residuo $H' = H T^{-1}$
4. calcolo della rettificazione metrica H^{rect}
5. calcolo del residuo $H'' = H' H^{rect^{-1}}$
6. costruzione di una successione di rototraslazioni $T_s(s)$ che faccia gradualmente ruotare $X^{(0)}$ intorno al centro della trasformazione rigida T fino a portarlo in X_T (vale $T_s(s) = T$)

4.3. Procedura operativa

1. calcolo dell'omografia H tale che $X^{(d)} = H X^{(0)}$
2. calcolo della rototraslazione rigida T
3. calcolo del residuo $H' = H T^{-1}$
4. calcolo della rettificazione metrica H^{rect}
5. calcolo del residuo $H'' = H' H^{rect^{-1}}$
6. costruzione di una successione di rototraslazioni $T_s(s)$ che faccia gradualmente ruotare $X^{(0)}$ intorno al centro della trasformazione rigida T fino a portarlo in X_T (vale $T_s(s) = T$)
7. costruzione di una successione di omografie $H_s^{rect}(s)$ parametrizzata in s che deformi gradualmente X_T fino ad ottenere la vista metricamente rettificata X_{rect}

4.3. Procedura operativa

1. calcolo dell'omografia H tale che $X^{(d)} = H X^{(0)}$
2. calcolo della rototraslazione rigida T
3. calcolo del residuo $H' = H T^{-1}$
4. calcolo della rettificazione metrica H^{rect}
5. calcolo del residuo $H'' = H' H^{rect^{-1}}$
6. costruzione di una successione di rototraslazioni $T_s(s)$ che faccia gradualmente ruotare $X^{(0)}$ intorno al centro della trasformazione rigida T fino a portarlo in X_T (vale $T_s(s) = T$)
7. costruzione di una successione di omografie $H_s^{rect}(s)$ parametrizzata in s che deformi gradualmente X_T fino ad ottenere la vista metricamente rettificata X_{rect}
8. costruzione di una successione di omografie $H_s''(s)$ che deformi gradualmente X_{rect} in modo da ottenere la vista desiderata finale $X^{(d)}$ (vale $H_s''(1) = H''$)

4.4. Esempio di applicazione



CASA

Pagina iniziale

Indice



Pagina 42 di 45

Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

4.4. Esempio di applicazione

- tentativo di eseguire un compito complesso di posizionamento senza alcuna pianificazione
- **(clicca per lanciare il video)**



CASA

Pagina iniziale

Indice



Pagina 42 di 45

Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

4.4. Esempio di applicazione

- tentativo di eseguire un compito complesso di posizionamento senza alcuna pianificazione
- (clicca per lanciare il video)

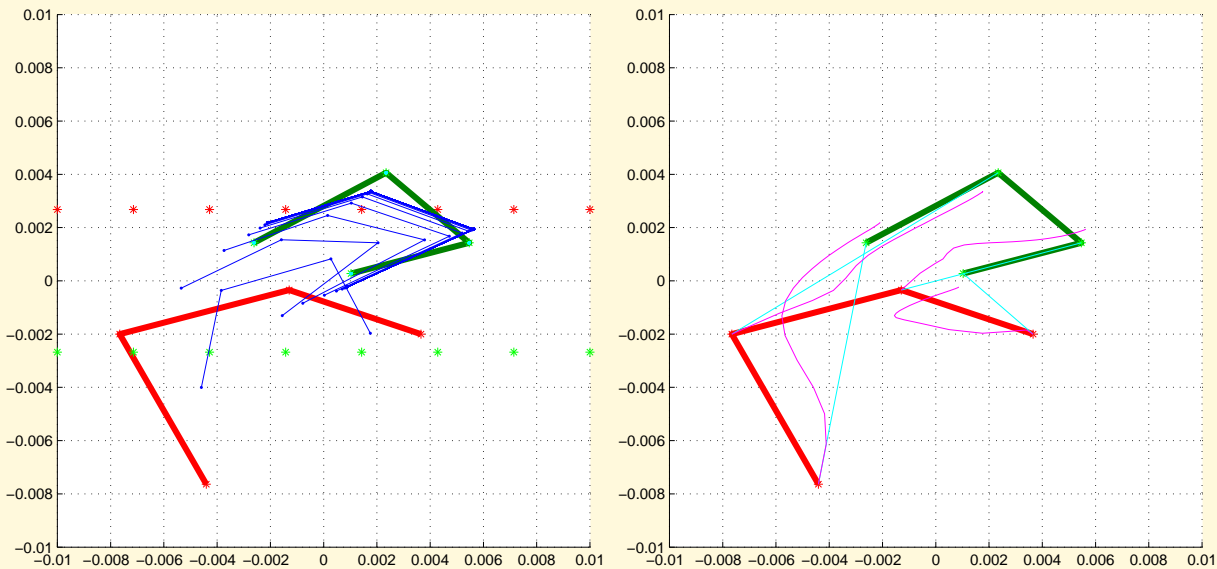


Figura 14: Stallo in un minimo locale

Esempio di applicazione



CASA

Pagina iniziale

Indice



Pagina 43 di 45

Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

Esempio di applicazione

- esecuzione di un compito complesso di posizionamento con pianificazione in tre passi
- (clicca per lanciare il video)



CASA

Pagina iniziale

Indice



Pagina 43 di 45

Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

Esempio di applicazione

- esecuzione di un compito complesso di posizionamento con pianificazione in tre passi
- (clicca per lanciare il video)

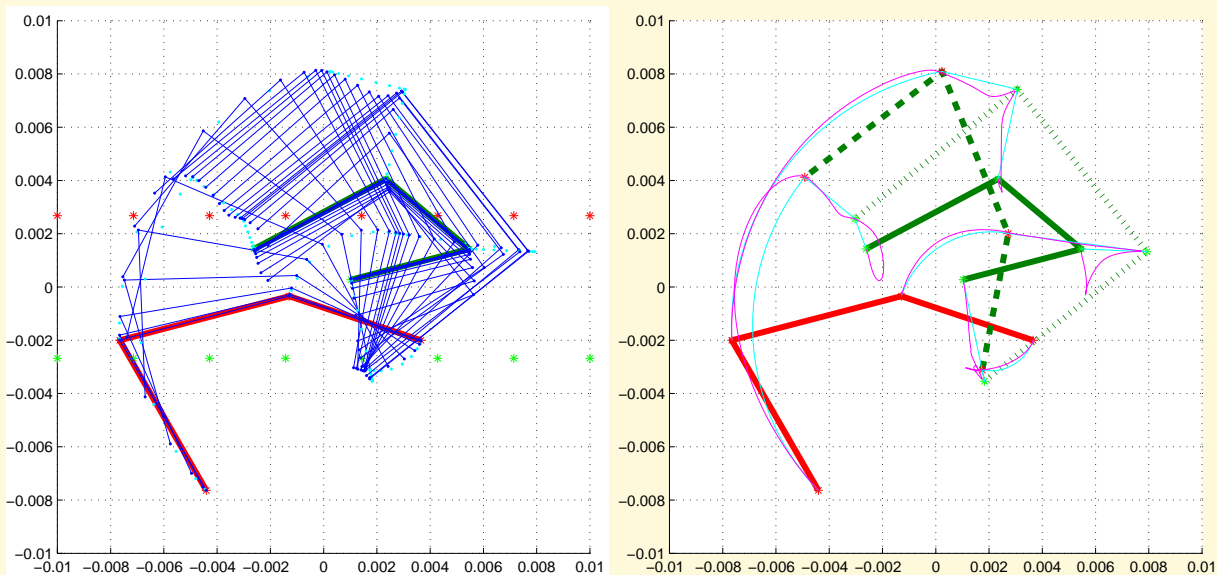


Figura 15: Pianificazione in tre passi di un compito complesso

5. Conclusioni



CASA

Pagina iniziale

Indice



Pagina 44 di 45

Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

5. Conclusioni

- Con riferimento all'asservimento visivo basato su punti immagine, con bersaglio piano, sono stati discussi i noti problemi di:



CASA

Pagina iniziale

Indice



Pagina 44 di 45

Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

5. Conclusioni

- Con riferimento all'asservimento visivo basato su punti immagine, con bersaglio piano, sono stati discussi i noti problemi di:
 - singolarità di J ;
 - esistenza di minimi locali.

5. Conclusioni

- Con riferimento all'asservimento visivo basato su punti immagine, con bersaglio piano, sono stati discussi i noti problemi di:
 - singolarità di J ;
 - esistenza di minimi locali.
- Sono stati suggeriti degli accorgimenti a livello di pianificazione nel piano immagine che consentono di evitare i problemi citati.



CASA

Pagina iniziale

Indice



Pagina 44 di 45

Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci

5. Conclusioni

- Con riferimento all'asservimento visivo basato su punti immagine, con bersaglio piano, sono stati discussi i noti problemi di:
 - singolarità di J ;
 - esistenza di minimi locali.
- Sono stati suggeriti degli accorgimenti a livello di pianificazione nel piano immagine che consentono di evitare i problemi citati.
- È stato proposto un metodo ed una procedura operativa per pianificare in tre passi qualsiasi compito di posizionamento scomponendo l'omografia complessiva H in:

5. Conclusioni

- Con riferimento all'asservimento visivo basato su punti immagine, con bersaglio piano, sono stati discussi i noti problemi di:
 - singolarità di J ;
 - esistenza di minimi locali.
- Sono stati suggeriti degli accorgimenti a livello di pianificazione nel piano immagine che consentono di evitare i problemi citati.
- È stato proposto un metodo ed una procedura operativa per pianificare in tre passi qualsiasi compito di posizionamento scomponendo l'omografia complessiva H in:
 - rototraslazione rigida di avvicinamento;

5. Conclusioni

- Con riferimento all'asservimento visivo basato su punti immagine, con bersaglio piano, sono stati discussi i noti problemi di:
 - singolarità di J ;
 - esistenza di minimi locali.
- Sono stati suggeriti degli accorgimenti a livello di pianificazione nel piano immagine che consentono di evitare i problemi citati.
- È stato proposto un metodo ed una procedura operativa per pianificare in tre passi qualsiasi compito di posizionamento scomponendo l'omografia complessiva H in:
 - rototraslazione rigida di avvicinamento;
 - rettificazione metrica;

5. Conclusioni

- Con riferimento all'asservimento visivo basato su punti immagine, con bersaglio piano, sono stati discussi i noti problemi di:
 - singolarità di J ;
 - esistenza di minimi locali.
- Sono stati suggeriti degli accorgimenti a livello di pianificazione nel piano immagine che consentono di evitare i problemi citati.
- È stato proposto un metodo ed una procedura operativa per pianificare in tre passi qualsiasi compito di posizionamento scomponendo l'omografia complessiva H in:
 - rototraslazione rigida di avvicinamento;
 - rettificazione metrica;
 - posizionamento finale.

5. Conclusioni

- Con riferimento all'asservimento visivo basato su punti immagine, con bersaglio piano, sono stati discussi i noti problemi di:
 - singolarità di J ;
 - esistenza di minimi locali.
- Sono stati suggeriti degli accorgimenti a livello di pianificazione nel piano immagine che consentono di evitare i problemi citati.
- È stato proposto un metodo ed una procedura operativa per pianificare in tre passi qualsiasi compito di posizionamento scomponendo l'omografia complessiva H in:
 - rototraslazione rigida di avvicinamento;
 - rettificazione metrica;
 - posizionamento finale.

Bibliografia

- [Hartley 2000] R. Hartley, A. Zisserman, "Multiple View Geometry in Computer Vision," Cambridge University Press, 2000.
- [Allotta 1999] B. Allotta, C. Colombo, "On the Use of Linear Camera-Object Interaction Models in Visual Servoing," *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol. 15, No. 2, 346–352, April 1999.
- [Conticelli 2000] F. Conticelli, B. Allotta, "Robust Stabilization of Second-Order Image-Affine Systems," *Systems and Control Letters*, Elsevier Science, Vol. 39, N. 4, 245-253, April 2000.
- [Conticelli 2001] F. Conticelli, B. Allotta, "Nonlinear Controllability and Stability Analysis of Adaptive Image-Based Systems," *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, Vol. 17, N. 2, 208-214, April 2001.
- [Chaumette 1998] F. Chaumette, "Potential problems of stability and convergence in image-based and position-based visual servoing," in *The confluence of vision and control*, D. Kriegman, G. Hager, A. Morse (eds.), Lecture Notes in Control and Information Systems, Vol. 237, pp. 66-78, Springer-Verlag, 1998.



CASA

Pagina iniziale

Indice



Pagina 45 di 45

Indietro

Schermo pieno

Chiudi

Esci